

## 1971 ÜSS Sınavı Soru ve Çözümleri

1.  $\vec{v} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$  vektörünün boyu kaç birimdir?

- A) 5    B) 4    C) 3    D) 2    E) 1

2. Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisinin tersi bir fonksiyon değildir.

- A)  $y = \frac{1}{x}$     B)  $y=2x+1$     C)  $y=x^3$   
D)  $y=x^2$     E)  $y=x$

3. Aşağıdakilerden hangisi değişik tabanlı iki logaritma arasında bir bağıntıdır? ( $0 < b < a$ )

- A)  $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b b}$     B)  $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$   
C)  $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_b a}$     D)  $\log_a x > \log_b x$   
E)  $\log_a x = \log_b x$

4.  $3x+2y-1=0$  doğrusunun doğrultman vektörü arasındaki hangisidir?

- A)  $2\vec{i} + 3\vec{j}$     B)  $3\vec{i} + 2\vec{j}$     C)  $-3\vec{i} + 2\vec{j}$   
D)  $-2\vec{i} + 3\vec{j}$     E)  $3\vec{i} - 2\vec{j}$

5.  $1.3+3.5+5.7+7.9+\dots$  serisi aşağıdakilerden hangiline eşittir?

- A)  $\sum_{k=1}^{\infty} (2k-1)(2k+1)$     B)  $\sum_{k=1}^4 (k+1)(k+3)$   
C)  $\sum_{k=1}^3 k(k+2)$     D)  $\sum_{k=2}^5 (k-1)(k+1)$   
E)  $\sum_{k=1}^{\infty} 3(4k-3)$

6. 5 farklı kitap bir raf üzerinde yan yana kaç türlü sıralanabilir?

- A) 120    B) 90    C) 60    D) 30    E) 25

7.  $|2x+5| < 1$  eşitsizliği aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A)  $2x+5 < 1$     B)  $2x+5 > -1$     C)  $3+x > 2$   
D)  $2x+5 < 1 \wedge 2x+5 > -1$   
E)  $2x+5 > 1 \wedge 2x+5 < 1$

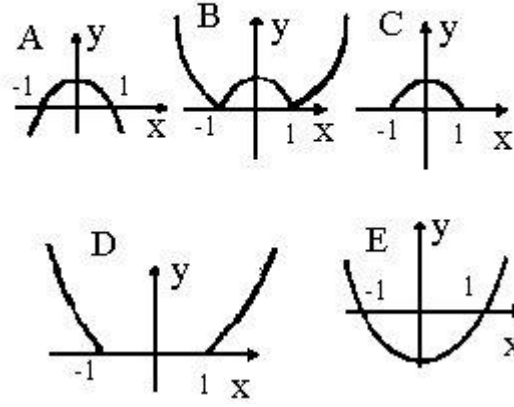
8. Mertebeleri m.n ve k.l iki matrisin matrisinin çarpılabilmesi için aşağıdakilerden hangini sağlanmalıdır?

- A)  $m=l$     B)  $m=k$     C)  $n=l$   
D)  $n=k$     E)  $m=n$

9.  $f(x) = |3x-2|$  fonksiyonunun  $x_0 = \frac{2}{3}$  apsisli noktasında, türevinin değerini, varsa bulunuz?

- A) 3 B) -3 C) 0 D) 1 E) Türevi yoktur

10. Aşağıdakilerden hangisi  $f(x) = |-x^2+1|$  fonksiyonunun grafiğidir?



11.  $f(x) = \sqrt{-x^2 + 2x - 1}$  fonksiyonunun tanım cümlesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\{x:x < 1\}$  B)  $\{1\}$  C)  $\{x:x \in \mathbb{R}\}$   
D)  $\{x:-1 < x < 1\}$  E)  $\emptyset$

12.  $\begin{bmatrix} 6 \\ -2 \end{bmatrix}$  ve  $\begin{bmatrix} 3 \\ x \end{bmatrix}$  ikililerine eşlenen serbest vektörlerin birbirine dik olması için  $x$  aşağıdakilerden hangisine eşit olmalıdır?

- A)  $x=9$  B)  $x=4$  C)  $x=-6$   
D)  $x=-9$  E)  $x=2$

13.  $y=x$  doğrusuna göre simetri dönüşümün matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  B)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  C)  $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$   
D)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  E)  $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

14. Aşağıdaki sayı cümlelerin hangisi kare alma işlemine göre kapalı değildir?

- A)  $\{-2, 4, -6, 8, -10, \dots\}$   
B)  $\{2, 4, 8, 16, \dots\}$   
C)  $\{1, 2, 3, \dots\}$   
D)  $\{-1, 2, -3, 4, -5, \dots\}$   
E)  $\{-1, 0, 1\}$

15.  $f(x) = 3x^2 - 3$  ve  $g(x) = 2x + 1$  olduğuna göre  $f[g(x)]$  aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $12x^2 - 3$  B)  $12x^2 + 12x$  C)  $6x^2$   
D)  $6x^2 + 12x$  E)  $12x^2$

16.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin 3x}{3x}$  için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) 0 B) 1 C) 3 D) 4 E) Limiti yoktur

## ÇÖZÜMLER

1.

$$\vec{v} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$$

Vektörün boyu  $\omega$  olsun.

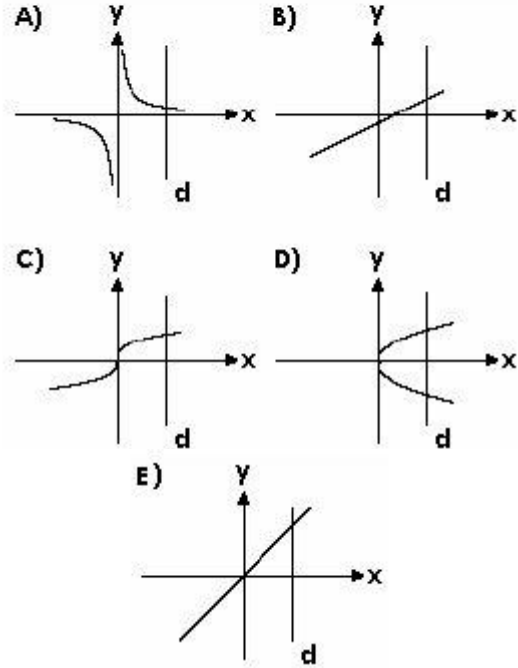
$$\omega = \sqrt{3^2 + (-4)^2} \rightarrow \omega = 5br$$

Yanıt:A

2.

Seçenekler	Fonksiyon	Ters Fonksiyon
A seçeneği	$y = \frac{1}{x}$	$f^{-1}(x) = \frac{1}{x}$
B seçeneği	$y = 2x + 1$	$f^{-1}(x) = \frac{x-1}{2}$
C seçeneği	$y = x^3$	$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x}$
D seçeneği	$y = x^2$	$f^{-1}(x) = \sqrt{x}$
E seçeneği	$y = x$	$f^{-1}(x) = x$

Ters fonksiyonlara ait grafikler aşağıdadır.



y-eksenine paralel olarak çizilen d doğrusu, D seçeneğine ait ters fonksiyonu iki noktada kesiğinden  $f^{-1}(x) = \sqrt{x}$  bağıntısı bir fonksiyon belirtmez.

Yanıt:D

3.

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a} \rightarrow \log_a x \cdot \log_b a = \log_b x$$

$$\log_b a^{\log_a x} = \log_b x$$

Logaritma tabanları aynı olduğundan;

$$a^{\log_a x} = x \rightarrow \log_a x = \log_a x$$

Yukarıdaki işlem gereğince  $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$  ifadesi

değişik tabanlı iki logaritma arasındaki bağıntıdır.

Yanıt:B

4.

İhtar:

$ax+by+c=0$  doğrusunun doğrultman vektörleri,  $\vec{P}_1 = -b\vec{i} + a\vec{j}$  veya  $\vec{P}_2 = b\vec{i} - a\vec{j}$  şeklindedir.

$3x+2y-1=0$  doğrusunun doğrultman vektörleri,  $\vec{P}_1 = -2\vec{i} + 3\vec{j}$  veya  $\vec{P}_2 = 2\vec{i} - 3\vec{j}$

Yanıt:D

5.

$$\sum_{k=1}^{\infty} (2k-1)(2k+1) \text{ ifadesi,}$$

1.3+3.5+5.7+7.9+...serisine karşılık gelmektedir.

Yanıt:A

6.

$$5!=120$$

Yanıt:A

7.

$$|2x+5| < 1 \rightarrow -1 < 2x+5 < 1$$

$$2x+5 > -1 \wedge 2x+5 < 1$$

Yanıt:D

8.

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{bmatrix}_{m,n} \cdot \begin{bmatrix} g & h & i \\ m & n & p \end{bmatrix}_{k,l} \text{ şeklindeki iki matrisin}$$

çarpılabilmesi için ilk matrisin sütun sayısı ile ikinci matrisin satır sayısı aynı, yani  $n=k$  olmalıdır.

Yanıt:D

9.

$$3x-2 < 0 \rightarrow |3x-2| = -(3x-2)$$

$$3x-2 \geq 0 \rightarrow |3x-2| = 3x-2$$

$x_0 = \frac{2}{3}$  apsisli noktada türev olması için sağdan ve soldan türevlerin birbirine eşit olması gerekir.

$$f' \left[ \left( \frac{2}{3} \right)^- \right] = \lim_{x \rightarrow \left( \frac{2}{3} \right)^-} \frac{f(x) - f \left( \frac{2}{3} \right)}{x - \frac{2}{3}} \text{ ifadesinde } x, \frac{2}{3} \text{ e sol-}$$

dan yaklaştığına göre  $x < \frac{2}{3}$  tür. O halde

$$3x-2 < 0 \text{ olup } |3x-2| = -(3x-2) \rightarrow f(x) = -(3x-2)$$

$$f' \left[ \left( \frac{2}{3} \right)^- \right] = \lim_{x \rightarrow \left( \frac{2}{3} \right)^-} \frac{|3x-2| - f \left( \frac{2}{3} \right)}{x - \frac{2}{3}}$$

$$f' \left[ \left( \frac{2}{3} \right)^- \right] = \lim_{x \rightarrow \left( \frac{2}{3} \right)^-} \frac{-(3x-2) - 0}{x - \frac{2}{3}}$$

$$f' \left[ \left( \frac{2}{3} \right)^- \right] = \lim_{x \rightarrow \left( \frac{2}{3} \right)^-} \frac{-3 \left( x - \frac{2}{3} \right) - 0}{\left( x - \frac{2}{3} \right)}$$

$$f' \left[ \left( \frac{2}{3} \right)^- \right] = \lim_{x \rightarrow \left( \frac{2}{3} \right)^-} \frac{-3 \cancel{\left( x - \frac{2}{3} \right)}}{\cancel{\left( x - \frac{2}{3} \right)}} \rightarrow f' \left[ \left( \frac{2}{3} \right)^- \right] = -3$$

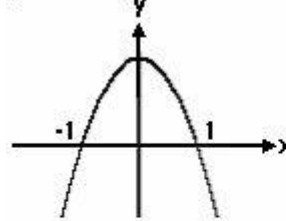
$$f' \left[ \left( \frac{2}{3} \right)^+ \right] = \lim_{x \rightarrow \left( \frac{2}{3} \right)^+} \frac{|3x-2| - f \left( \frac{2}{3} \right)}{x - \frac{2}{3}} \text{ ifadesinde } x, \frac{2}{3} \text{ e}$$

sağdan yaklaştığına göre  $x > \frac{2}{3}$  tür. O halde

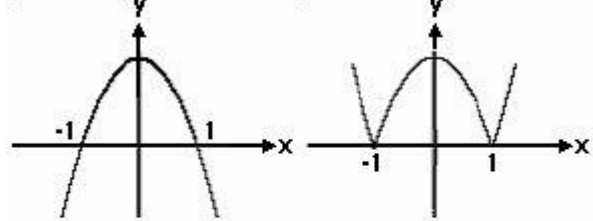
$$3x-2 > 0 \text{ olup } |3x-2| = (3x-2) \rightarrow f(x) = (3x-2)$$

10.

Şekil:1



Şekil:2



$g(x) = -x^2 + 1$  fonksiyonuna ait grafik Şekil:1'dir.  $x$ -ekseninin altında kalan kısmın simetriği alınırsa,  $f(x) = |-x^2 + 1|$  fonksiyonuna ait grafik elde edilir.

Yanıt:B

$$f' \left[ \left( \frac{2}{3} \right)^+ \right] = \lim_{x \rightarrow \left( \frac{2}{3} \right)^+} \frac{(3x-2) \cdot f \left( \frac{2}{3} \right)}{x - \frac{2}{3}}$$

$$f' \left[ \left( \frac{2}{3} \right)^+ \right] = \lim_{x \rightarrow \left( \frac{2}{3} \right)^+} \frac{3 \left( x - \frac{2}{3} \right) - 0}{\left( x - \frac{2}{3} \right)}$$

$$f' \left[ \left( \frac{2}{3} \right)^+ \right] = \lim_{x \rightarrow \left( \frac{2}{3} \right)^+} \frac{3 \cancel{\left( x - \frac{2}{3} \right)}}{\cancel{\left( x - \frac{2}{3} \right)}} \rightarrow f' \left[ \left( \frac{2}{3} \right)^+ \right] = 3$$

$f' \left[ \left( \frac{2}{3} \right)^- \right] \neq f' \left[ \left( \frac{2}{3} \right)^+ \right]$  olduğundan  $x_0 = \frac{2}{3}$  apsisli noktada türev yoktur.

Yanıt:E

11.

$$f(x) = \sqrt{-x^2 + 2x - 1} \rightarrow f(x) = \sqrt{-(x-1)^2}$$

Tanım cümlesinin olabilmesi için  $-(x-1)^2 > 0$  veya  $-(x-1)^2 = 0$  olmalıdır.  $-(x-1)^2 > 0$  eşitsizliğini sağlayan  $x$  değeri olmadığından, çözüm  $-(x-1)^2 = 0$  eşitliğindedir. Bu eşitlik  $x=1$  için sağlanır.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$(x-1)^2$	+	0	+
f(x)	+	0	+

Ç.K.  $\rightarrow x = 1$

Yanıt:B

12.

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 6 \\ -2 \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ x \end{bmatrix} \rightarrow \vec{a} = 6i + 3j$$

$$\vec{b} = -2i + xj$$

$$\cos \alpha = \frac{6 \cdot 3 + (-2)x}{\left( \sqrt{6^2 + 3^2} \right) \left( \sqrt{(-2)^2 + x^2} \right)}$$

$$\cos 90^\circ = \frac{6 \cdot 3 + (-2)x}{\left( \sqrt{6^2 + 3^2} \right) \left( \sqrt{(-2)^2 + x^2} \right)}$$

$$0 = \frac{18 - 2x}{\left( \sqrt{45} \right) \left( \sqrt{4x^2} \right)} \rightarrow x = 9$$

Yanıt:A

13.

$y=x$  doğrusuna göre simetri dönüşüm matrisi

$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  olsun. Aşağıdaki bağıntı yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} ax & by \\ cx & dy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix}$$

$$ax + by = y \rightarrow a = 0, b = 1$$

$$cx + dy = x \rightarrow c = 1, d = 0$$

Simetri dönüşüm matrisi  $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$  olarak bulunur.

Yanıt:C

14.

A seçeneği:

$$A = \{-2, 4, -6, 8, -10, \dots, 36, \dots, 64, 100\}$$

$$(-2)^2 = 4$$

$$(4)^2 = 16$$

$$(-6)^2 = 36$$

$$(8)^2 = 64$$

.....

Sayıların kareleri A kümesinin elemanlarından oluşmaktadır. Cümle kare alma işlemine göre kapalıdır.

**B seçeneği:**

$$B = \{2, 4, 8, 16, \dots\}$$

$$2^2 = 4$$

$$4^2 = 16$$

$$8^2 = 64$$

$$16^2 = 256$$

.....  
Sayıların kareleri B kümesinin elemanlarından oluşmaktadır. Cümle kare alma işlemine göre kapalıdır.

**C seçeneği:**

$$C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots\}$$

$$1^2 = 1$$

$$2^2 = 4$$

$$3^2 = 9$$

.....  
Sayıların kareleri C kümesinin elemanlarından oluşmaktadır. Cümle kare alma işlemine göre kapalıdır.

**D seçeneği:**

$$D = \{-1, 2, -3, 4, -5, 6, -7, 8, -9, \dots\}$$

$$(-1)^2 = 1$$

$$(2)^2 = 4$$

$$(-3)^2 = 9$$

$$(4)^2 = 16$$

$$(-5)^2 = 25$$

.....  
Sayıların kareleri D kümesinin elemanlarından oluşmamaktadır. Cümle kare alma işlemine göre kapalı değildir.

**E seçeneği:**

$$E = \{-1, 0, 1\}$$

$$(-1)^2 = 1$$

$$(0)^2 = 0$$

$$(1)^2 = 1$$

Sayıların kareleri E kümesinin elemanlarından oluşmaktadır. Cümle kare alma işlemine göre kapalıdır.

Yanıt:D

15.

$$f(x) = 3x^2 - 3$$

$$g(x) = 2x + 1$$

$$f[g(x)] = 3(2x+1)^2 - 3$$

$$f[g(x)] = 12x^2 + 12x$$

Yanıt:B

16.

Sinüs fonksiyonları için  $-1 \leq \sin\beta \leq 1$  bağıntısı mevcuttur. Bu husus göz önünde bulundurularak  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin 3x}{3x}$  fonksiyonu için aşağıdaki bağıntılar yazılabilir;

$$-1 \leq \sin 3x \leq 1 \rightarrow -\frac{1}{3x} \leq \frac{\sin 3x}{3x} \leq \frac{1}{3x}$$

$$-\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{3x} \leq \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin 3x}{3x} \leq \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{3x}$$

$$-\frac{1}{3,00} \leq \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin 3x}{3x} \leq \frac{1}{3,00}$$

$$-0 \leq \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin 3x}{3x} \leq 0 \rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin 3x}{3x} = 0$$

Aşağıdaki şekilde  $f(x) = \frac{\sin 3x}{3x}$  fonksiyonunun grafiği çizilmiş olup,  $x \rightarrow \infty$  için fonksiyonun sıfıra yaklaştığı açıkça görülmektedir.



Yanıt:A