

1992 ÖYS SINAVI MATEMATİK SORULARI ve ÇÖZÜMLERİ

21 Haziran 1992

-
1. Bir öğrenci, harçlığının $\frac{1}{7}$ si ile, 1000 liralık otobüs biletinden 20 adet almıştır. Buna göre öğrencinin harçlığı kaç liradır?
- A) 120 000 B) 140 000 C) 160 000
D) 180 000 E) 200 000
-
2. Bir satıcı, elindeki malın önce % 5 ini, daha sonra da kalan malın % 10 nünü satmıştır. Buna göre başlangıçtaki malın yüzde kaç satılmamıştır?
- A) 84 B) 84,5 C) 85 D) 85,5 E) 86
-
3. Yıllık enflasyon oranı iki basamaklı bir sayı olan bir ülkede, a liraya satılan bir malın fiyatı satıştan bir yıl sonra en az kaç lira olur?
- A) 2a B) $\frac{195}{100}a$ C) $\frac{9}{5}a$
D) $\frac{3}{2}a$ E) $\frac{11}{10}a$
-
4. Maliyeti sırasıyla a, b ve c lira olan bir kurşun kalem, bir tükenmez kalem ve bir dolmakalem den oluşan üçlü yazı takımı, aşağıdakilerin hangisinde verilen fiyatla satılırsa kesin olarak kâr edilir?
- A) a+b+c lira B) b+a+10
C) c+b+10 lira D) a+c+10 lira
E) a+b+c+1 lira
-
5. Bir annenin yaşı, iki çocuğunun yaşları toplamından 19 fazladır. Beş yıl önce, bu annenin yaşı iki çocuğun yaşları toplamının 4 katı olduğuna göre, bugün büyük çocuk en az kaç yaşındadır?
- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12
-
6. Bir lastik çekilip uzatıldığında boyu % 110 artıyor. Buna göre, çekilmiş halde 0,63 metre olan lastiğin çekilmeden önceki boyu kaç metredir?
- A) 0,22 B) 0,24 C) 0,27 D) 0,30 E) 0,33
-
7. Bir havuza açılan iki musluktan, birincisi havuzun tamamını a saatte, ikincisi havuzun tamamını $\frac{2a}{3}$ saatte doldurmaktadır. Bu havuzun tamamını, muslukların ikisi birlikte, 6 saatte doldurabildiğine göre, ikinci musluk tek başına kaç saatte doldurur?
- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16
-
8. Lokantada yemek yiyen 45 kişilik gurubun bazı üyeleri, konuk oldukları için, hesap ödememiştir. Bu yüzden, ötekiler 3 000 er lira fazla vererek 15 000 er lira ödemiştir. Buna göre guruptaki konuk sayısı kaçtır?
- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9
-
9. Sıfırdan ve birbirinden farklı K, L ve M rakamlarının yerleri değiştirilerek elde edilen üç basamaklı 6 sayı toplanıyor. Bu toplamla ilgili aşağıdaki ifadelerden hangisi kesinlikle yanlıştır?
- A) 5 basamaklı bir sayıdır
B) 4 basamaklı bir sayıdır
C) 2 ile bölünebilir
D) 3 ile bölünebilir
E) 6 ile bölünebilir
-
10. İki raftaki kitapların sayıları arasındaki fark a, az kitap bulunan raftaki kitap sayısı ise x tir. Buna göre, iki raftaki toplam kitap sayısının, az kitap olan raftaki kitap sayısına oranı aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\frac{2x+1}{a}$ B) $2 - \frac{x}{a}$ C) $2 + \frac{a}{x}$
D) 2x-a E) x+2
-

11. İki basamaklı olan ve 12 ile tam bölünebilen en büyük sayı ile en küçük sayı arasındaki fark kaçtır?

- A) 84 B) 80 C) 76 D) 72 E) 60

13. n ve a sıfırdan farklı birer gerçel sayı ve $12^n \cdot n = (2a \cdot n^{1/n})^n$ olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

15. $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{f}{k} = 1$ $\frac{d}{f} = 2$ $\frac{k}{a} = 3$ olduğuna göre, $\frac{b}{c}$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{6}$ D) 3 E) 6

17. $(1991)^{92} \equiv x \pmod{5}$ olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

19. $x \in \mathbb{R}$, $|x| - 1 = |x - 1|$ denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, \infty)$ B) $(-\infty, 0)$ C) $[1, \infty)$
D) $(0, \infty)$ E) $(0, 1]$

21. $g(x) = -2x + 4$
 $(g \circ f)(x) = (f \circ g)(x)$ olduğuna göre, f(0) aşağıdakilerden hangisi olabilir

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

12. $x^{-a} = 2$ olduğuna göre, $(x^{2a-1})^{-1}$ in x türünden değeri nedir?

- A) x B) 2x C) 3x D) 4x E) 5x

14. $\sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{b}{a}} = \sqrt{ab}$

olduğuna göre, b nin a türünden ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{a}{a-1}$ B) $\frac{a}{1-a}$ C) $\frac{a}{a+1}$
D) $\frac{a-1}{a}$ E) $\frac{a+1}{a-1}$

16. Tamsayılar kümesi üzerinde her a, b için $a * b = a^2 - b^2$ işlemi tanımlanmıştır. Buna göre $(3 * 2) * 4$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 45 B) 25 C) 18 D) 12 E) 9

18. $\left\lfloor \frac{x}{2} + 3 \right\rfloor = 2$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[-4, 2]$ B) $[-4, -2]$ C) $(-4, -2]$
D) $(-2, 0]$ E) $[-2, 0]$

20. $x^2 - 2x + 4 = 0$ denkleminin kökleri x_1, x_2 ise $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$ nin pozitif değeri kaçtır?

- A) $\sqrt{6}$ B) $\sqrt{5}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\sqrt{2}$ E) 1

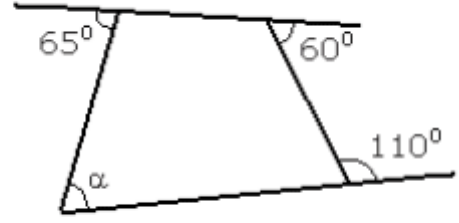
22. $\frac{a^8 + 4a^2 - 8}{a^2 + 2}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a^6 - a^5 + a^4 - 4$ B) $a^6 - a^5 - 4a^4 - 4$
C) $a^6 - 2a^4 + 4a^2 - 4$ D) $a^6 - a^5 - 4$
E) $a^6 + 4a^2 - 4$

23. $\log_5 3 + \log_5 a = 1$
olduğuna göre, a kaçtır?

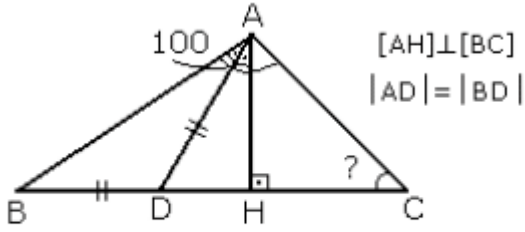
- A) 3 B) 2 C) 1 D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{4}{3}$

24.



Şekildeki verilere göre, α açısı kaç derecedir?
A) 60 B) 55 C) 50 D) 45 E) 40

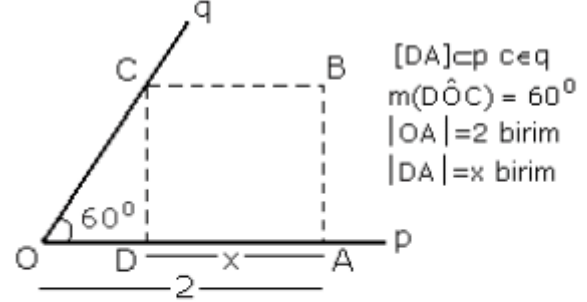
25.



Yukarıdaki verilere göre, ACB açısının ölçüsü kaç derecedir?

- A) 30 B) 40 C) 45 D) 50 E) 60

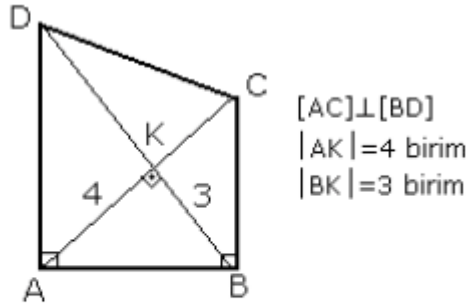
26.



ABCD bir kare olduğuna göre, $|DA| = x$ kaç birimdir?

- A) $3 - \sqrt{3}$ B) $2 - \sqrt{2}$ C) $3 - \sqrt{2}$
D) $\frac{3}{2}$ E) 1

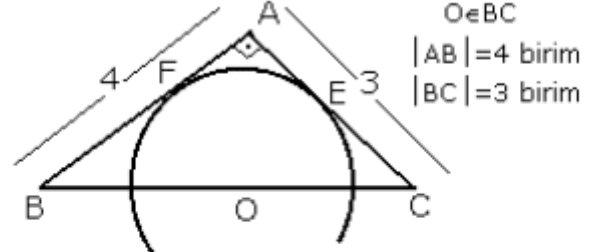
27.



Şekildeki ABCD dik yamuğunun köşegenleri K noktasında birbirine diktir. Buna göre, $|KC| \cdot |KD|$ çarpımı kaç birimdir?

- A) 20 B) 18 C) 16 D) 15 E) 12

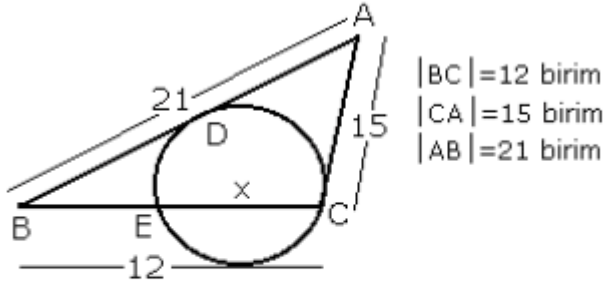
28.



Şekilde, O merkezli çember ABC dik üçgeninin ya kenarlarına E ve F de teğettir. Buna göre, çemberin yarıçapı kaç birimdir?

- A) $\frac{12}{7}$ B) $\frac{5}{4}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

29.

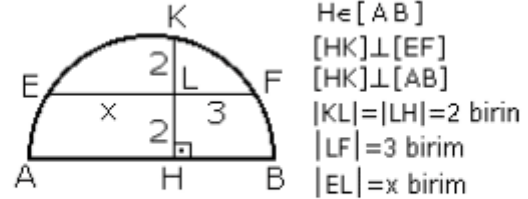


Şekildeki çember, ABC üçgeninde [AC] ye C de, [AB] ye D de teğettir. Çemberin [BC] den ayırdığı kiriş $|EC|=x$ olduğuna göre, x kaç birimdir?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

30.

30. [AB] çaplı O merkezli yarım çember, E, F, K yarım çember üzerindedir.

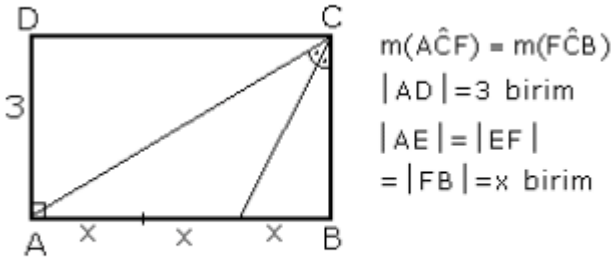


Yukarıdaki verilere göre, $|EL|=x$ kaç birimdir?

- A) 8 B) 6 C) 4 D) $3\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{3}$

31.

31. ABCD bir dikdörtgen E ve F [AB] üzerinde

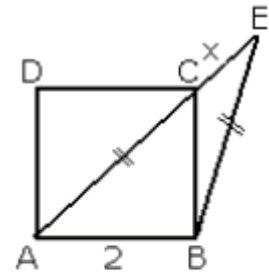


Yukarıdaki verilere göre, x kaç birimdir?

- A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt{3}$

32.

32. Kenar uzunluğu 2 birim olan ABCD karesinin AC köşegen doğrusu üzerinde E noktası alınmıştır. $|AC|=|BE|$ olduğuna göre, $|CE|=x$ kaç birimdir?



- A) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ B) $\sqrt{6} - \sqrt{2}$ C) $\sqrt{6} + \sqrt{2}$
D) $\sqrt{2} - 1$ E) $\sqrt{2} + 1$

33.

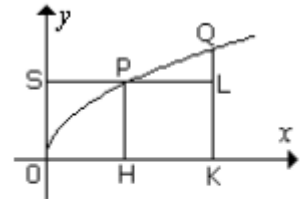
$$33. \frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\sin x} = 2\sqrt{6}$$

denklemini sağlayan dar açı (x) aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 15 B) 25 C) 30 D) 35 E) 45

34.

34. Denklemi $y = \sqrt{ax}$ ($a>0$) olan şekildeki parabol yayı üzerinde P, Q noktaları alınarak birbirine eş OHPS ve HKLP kareleri çizilmiştir. Buna göre, $|KQ|$ kaç birimdir?



- A) $\frac{3a}{4}$ B) $\frac{2a}{3}$ C) a D) $a\sqrt{2}$ E) $a\sqrt{3}$

35.

35. Uzayda, $|AB|=40\sqrt{3}$ cm lik bir doğru parçası ile bu doğru parçasını 60° lik açıyla orta noktasında kesen bir düzlem veriliyor. Buna göre, A noktasının düzleme olan uzaklığı kaç cm dir?

- A) 32 B) 30 C) 26 D) 26 E) 24

36.

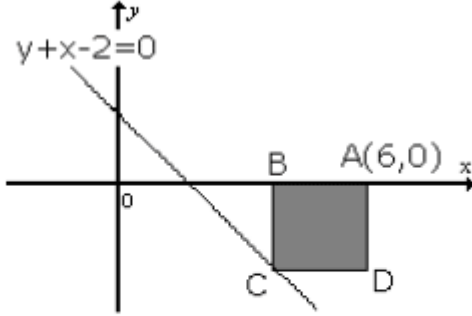
36. Aşağıdakilerin hangilerinde varılan vektörler, buldukları uzayı germez?

- A) $[2, 3]$; $[6, 9]$ B) $[2, -3]$; $[2, 3]$
C) $[3]$; $[4]$ D) $[1, 2]$; $[2, 1]$
E) $[2, -3]$; $[3, 2]$

37. $\vec{u} = [a, 2]$ ve $\vec{v} = [a, 2]$ vektörleri arasındaki açı 60° ise a aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 0 B) $4 + 2\sqrt{3}$ C) $2 + 2\sqrt{3}$
D) $2 + \sqrt{13}$ E) $4 + \sqrt{13}$

39.



Denklemi $y+x-2=0$ olan şeklindeki d doğrusu ABCD karesinin C noktasından geçmektedir. $A(6,0)$ olduğuna göre, ABCD karesinin alanı kaç birim karedir?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

41.

$$41. \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & . & . \\ . & b & . \\ . & . & c \end{bmatrix}$$

ise $a+b+c$ toplamı kaçtır?

- A) 11 B) 10 C) 2 D) -1 E) -2

43.

43. Bir geometrik dizinin ardışık üç terimi sırasıyla $x-2$, $x+1$, $x+5$ olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -11 B) -10 C) 2 D) 10 E) 11

45.

$$45. \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right) \text{ değeri kaçtır?}$$

- A) $-\frac{1}{8}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) 0 D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{8}$

38.

38. Köşeleri $O(0,0)$, $A(8,0)$ ve $B(8,6)$ olan üçgenin A köşesine ait kenarortay doğrusunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x}{8} - \frac{y}{6} = 1$ B) $\frac{x}{6} + \frac{y}{8} = 1$ C) $\frac{x}{8} + \frac{y}{6} = 1$
D) $\frac{x}{8} + \frac{y}{4} = 1$ E) $\frac{x}{8} + \frac{y}{4} = 1$

40.

$$40. i^2 = -1$$

olduğuna göre, $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{20}$ sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-2i$ B) $-i$ C) -1 D) 1 E) $2i$

42.

$$42. \begin{vmatrix} 1376 & 1375 \\ 1375 & 1376 \end{vmatrix}$$

determinantının değeri kaçtır?

- A) 7253 B) 3502 C) 2751
D) 2150 E) 1

44.

44. Bir torbada 2 beyaz, 4 siyah ve 6 mavi bilye vardır. Aynı anda çekilen 2 bilyeden birinin beyaz öbürünün siyah olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{11}$ C) $\frac{2}{11}$ D) $\frac{4}{33}$ E) $\frac{5}{33}$

46.

$$46. \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{\sin(x^2-4)}{x^4-16} \right) \text{ değeri kaçtır?}$$

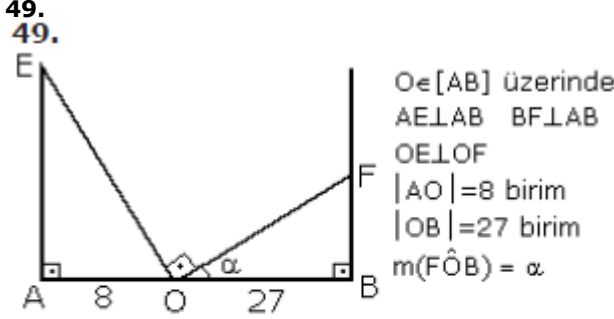
- A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{8}$

47. $\frac{d}{dx}(\ln(\cos x))$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\tan x$ B) $-\sec x$ C) $-\cot x$
D) $-\frac{1}{\sin x}$ E) $\frac{1}{\cos x}$

48. $\frac{d^2}{dx^2}(\sin^2 3x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $18 \sin 6x$ B) $18 \cos 6x$
C) $6(\sin 3x + \cos 3x)$ D) $6(\sin 3x - \cos 3x)$
E) $6 \cos^2 3x$



Yukarıdaki verilere göre, $\tan \alpha$ nın hangi değeri için $|OE| + |OF|$ toplamı en küçüktür?

- A) $\sqrt{3}$ B) $\sqrt{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) 1

50. $\frac{d}{dx} \left(\int_2^5 (x^3 + x^2) dx \right)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x^3 + x^2$ B) $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}$ C) $\frac{67}{3}$
D) 79 E) 0

51. $\int -\cos(\cos^2 x) \sin 2x dx$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\sin(\cos x) + c$ B) $\cos(\sin x) + c$
C) $\cos(\sin^2 x) + c$ D) $\sin(\cos^2 x) + c$
E) $\sin(\cos^2 x) + \cos(\sin^2 x) + c$

52. $\int_0^{\ln 3} (e^{3x} - e^x) dx$ integralinde $e^x = t$ dönüşümü yapılırsa, aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A) $\int_1^3 (t^3 - t) dt$ B) $\int_1^3 (t^2 - 1) dt$
C) $\int_1^3 (e^{3t} - e^t) e^t dt$ D) $\int_0^1 (t^3 - t) dt$
E) $\int_0^3 (\ln 3t - \ln t) dt$

ÇÖZÜMLER

1. Öğrencinin harçlığı = x olsun.

$$\frac{x}{7} = 1000.20 \Rightarrow x = 140\,000 \text{ lira}$$

2.

I. Yol

Başlangıçtaki mal = 100 olsun.

Önce : Satılan kısım = 5 \Rightarrow Kalan kısım = 95

Sonra : Satılan kısım = 9,5

$$\begin{aligned}\text{Satılmayan kısım} &= 100 - [5 + 9,5] \\ &= 100 - 14,5 \\ &= 85,5\end{aligned}$$

II. Yol

Başlangıçtaki mal = x olsun.

Önce : Satılan kısım = $x \% 5$ \Rightarrow Kalan kısım = $x \% 95$

Sonra : Satılan kısım = $(x \% 95) \% 10$

$$\begin{aligned}\text{Satılmayan kısım} &= x - [x \% 5 + (x \% 95) \% 10] \\ &= x - \left(\frac{5x}{100} + \frac{950x}{10000} \right) \\ &= x - \left(\frac{5x}{100} + \frac{9,5x}{100} \right) \\ &= x - \frac{14,5x}{100} \\ &= \frac{85,5x}{100} = x \% 85,5\end{aligned}$$

3.

Satış fiyatı = a

Yıllık enflasyon oranı iki basamaklı bir sayı olduğuna göre, en az % 10 olabilir.

Enflasyonu karşılayabilmek için malın satış fiyatı % 10 arttırılmalıdır.

Malın bir yıl sonraki satış fiyatı = $a + a \% 10$

$$\begin{aligned}&= a + \frac{a}{10} \\ &= \frac{11a}{10}\end{aligned}$$

4.

Karlı bir satış için satış fiyatı maliyetinden büyük olmalıdır.

Üçünün toplam maliyeti $a + b + c$ olduğuna göre,

$a + b + c + 1$ liraya satılırsa kesin olarak kar elde edilir.

5.

	Anne	I. Çocuk	II. Çocuk
Bugün	$x + y + 19$	x	y
5 yıl önce	$(x + y + 19) - 5$	$x - 5$	$y - 5$

$$(x + y + 19) - 5 = 4.(x - 5 + y - 5)$$

$$x + y + 14 = 4x + 4y - 40$$

$$3.(x + y) = 54$$

$$x + y = 18$$

Bugün yaşları toplamı 18 olduğuna göre, büyük çocuk en az 10 yaşındadır.

6.

Lastiğin uzatılmadan önceki boyu = x olsun.

Lastiğin uzatıldıktan sonraki boyu = $x + x.\% 110$

$$x + x.\% 110 = 0,63 \Rightarrow x + \frac{110x}{100} = \frac{63}{100}$$

$$\Rightarrow \frac{210x}{100} = \frac{63}{100}$$

$$\Rightarrow x = \frac{3}{10}$$

$$\Rightarrow x = 0,30$$

7.

Birinci musluk 1 saatte havuzun $\frac{1}{a}$ sını,

İkinci musluk 1 saatte havuzun $\frac{1}{\frac{2a}{3}} = \frac{3}{2a}$ sını doldurur.

İkisi birlikte 1 saatte $\frac{1}{6}$ sını doldurduğuna göre,

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{\frac{2a}{3}} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{2+3}{2a} = \frac{1}{6} \Rightarrow a = 15 \text{ bulunur.}$$

Buna göre, ikinci musluk tüm havuzu tek başına $\frac{2a}{3} = \frac{2.15}{3} = 10$ saatte doldurur.

8.

Guruptaki konuk sayısı = x olsun.

Kişi başına düşen hesap 12 000 lira olduğundan tüm hesap = 45.12 000 liradır.

Konuklar hesap ödemediğine göre, $45 - x$ kişi 15 000 er lira ödemiştir.

Bu durumda

$$(45 - x).15\ 000 = 45.12\ 000$$

$$45 - x = 36$$

$$x = 9 \text{ elde edilir.}$$

9.

$$K L M = 100K + 10L + M$$

$$K M L = 100K + 10M + L$$

$$L K M = 100L + 10K + M$$

$$L M K = 100L + 10M + K$$

$$M L K = 100M + 10L + K$$

$$M K L = 100M + 10K + L$$

$$= 222.(K + L + M)$$

A) 5 basamaklı bir sayıdır.

K , L ve M nin en büyük değerleri : $K = 9$, $L = 8$ ve $M = 7$ olsun.

$$222.(K + L + M) = 222.(9 + 8 + 7)$$

$$= 222.24 = 5328 \Rightarrow 4 \text{ basamaklı bir sayıdır.}$$

B) 4 basamaklı bir sayıdır.

K , L ve M nin en küçük değerleri : $K = 1$, $L = 2$ ve $M = 3$ olsun.

$$222.(K + L + M) = 222.(1 + 2 + 3)$$

$$= 222.6 = 1332 \Rightarrow 4 \text{ basamaklı bir sayıdır.}$$

C) $222.(K + L + M)$ sayısı, 2 ile bölünebilir.

D) $222.(K + L + M)$ sayısı, 3 ile bölünebilir.

E) $222.(K + L + M)$ sayısı 2 ve 3 ile bölünebildiğine göre, 6 ile bölünebilir.

10.

Az kitap bulunan raftaki kitap sayısı = x

İki raftaki kitap sayıları arasındaki fark a olduğuna göre,

Çok kitap bulunan raftaki kitap sayısı = $x + a$

Buna göre istenen oran : $\frac{x + a + x}{x} = \frac{2x + a}{x} = 2 + \frac{a}{x}$ olur.

11.

İki basamaklı olan ve 12 ile tam bölünebilen en büyük sayı = 96

İki basamaklı olan ve 12 ile tam bölünebilen en küçük sayı = 12

Aralarındaki fark : $96 - 12 = 84$ olur.

12.

$$x^{-a} = 2 \Rightarrow (x^{-1})^a = 2$$

$$(x^{2a-1})^{-1} = (x^{-1})^{2a-1} = (x^{-1})^{2a} \cdot (x^{-1})^{-1} = ((x^{-1})^a)^2 \cdot x$$

$(x^{-1})^a = 2$ olduğuna göre, $((x^{-1})^a)^2 \cdot x = 2^2 \cdot x = 4x$ elde edilir.

13.

$$12^n \cdot n = \left(2an^{\frac{1}{n}}\right)^n \Rightarrow 12^n \cdot n = (2a)^n \cdot n$$

$$\Rightarrow 12^n = (2a)^n$$

$$\Rightarrow 12 = 2a$$

$$\Rightarrow a = 6$$

14.

$$\sqrt{\frac{a}{b}} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \sqrt{ab} \Rightarrow \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \sqrt{ab}$$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{\sqrt{a}\sqrt{b}} = \sqrt{ab}$$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{\sqrt{ab}} = \sqrt{ab}$$

$$\Rightarrow a+b = ab$$

$$\Rightarrow a = ab - b$$

$$\Rightarrow a = b \cdot (a-1)$$

$$\Rightarrow b = \frac{a}{a-1}$$

15.

$$\frac{d}{f} = 2 \Rightarrow d = 2.f$$

$$\frac{k}{a} = 3 \Rightarrow k = 3.a$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{f}{k} = 1 \Rightarrow \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{2.f} \cdot \frac{f}{3.a} = 1 \Rightarrow \frac{c}{6.b} = 1$$

$$\Rightarrow c = 6.b$$

$$\Rightarrow \frac{b}{c} = \frac{1}{6}$$

16.

$$a * b = a^2 - b^2$$

$$(3 * 2) * 4 = ?$$

$$(3 * 2) = 3^2 - 2^2 = 9 - 4 = 5$$

$$(3 * 2) * 4 = 5 * 4 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9 \text{ bulunur.}$$

17.

$$1991 \equiv 1 \pmod{5}$$

$$(1991)^{92} \equiv x \pmod{5} \Rightarrow 1^{92} \equiv 1 \pmod{5}$$

18.

$$\left\lceil \frac{x}{2} + 3 \right\rceil = 2 \Rightarrow 2 \leq \left(\frac{x}{2} + 3 \right) < 2 + 1$$

$$\Rightarrow 2 \leq \left(\frac{x}{2} + 3 \right) < 3$$

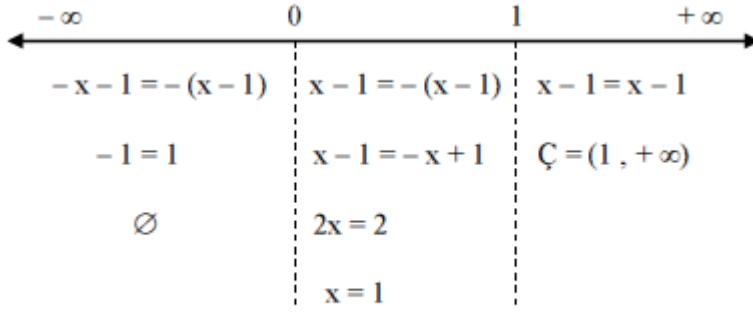
$$\Rightarrow -1 \leq \frac{x}{2} < 0$$

$$\Rightarrow -2 \leq x < 0$$

$$\Rightarrow [-2, 0)$$

$$\text{Not : Tam deęer fonksiyonu} \Rightarrow \lceil x \rceil = a \Rightarrow a \leq x < a + 1$$

19.



Buna göre denklemin çözüm kümesi $= [1, +\infty)$ olur.

20.

$$x^2 - 2x + 4 = 0$$

$$\text{kökler toplamı : } x_1 + x_2 = -\frac{-2}{1} \Rightarrow x_1 + x_2 = 2$$

$$\text{kökler çarpımı : } x_1 \cdot x_2 = \frac{4}{1} \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = 4$$

$$\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = a \text{ olsun.}$$

Eşitliğin her iki tarafının karesi alınırsa,

$$(\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2})^2 = a^2 \Rightarrow x_1 + 2\sqrt{x_1 \cdot x_2} + x_2 = a^2$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1 \cdot x_2} = a^2$$

$$\Rightarrow 2 + 2 \cdot \sqrt{4} = a^2$$

$$\Rightarrow 2 + 2 \cdot 2 = a^2$$

$$\Rightarrow 6 = a^2$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{6}$$

Not : İkinci Derece Denkleminin Kökleri ile Katsayıları Arasındaki Bağlılıklar

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 ise

$$\text{kökler toplamı : } x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$\text{kökler çarpımı : } x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

21.

$(gof)(x) = (fog)(x)$ olması için üç durum söz konusudur.

I- $f(x) = I(x)$ ($I(x)$: Birim fonksiyon) ise

$$f(0) = 0 \text{ olur.}$$

II- $f(x) = g(x)$ ise

$$f(0) = g(0) = -2 \cdot 0 + 4 \Rightarrow f(0) = 4 \text{ elde edilir.}$$

III- $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonları birbirinin tersi ise

$$f(x) = g^{-1}(x) \quad (g^{-1}(x) : f(x) \text{ fonksiyonunun tersi})$$

$g(x)$ fonksiyonunun tersinin de fonksiyon olması için

$g(x)$ fonksiyonunun bire - bir ve örten olması gerekir.

$$g(x) = -2x + 4 \Rightarrow g^{-1}(x) = \frac{4-x}{2}$$

$$f(0) = g^{-1}(0) \Rightarrow g^{-1}(0) = \frac{4-0}{2} \Rightarrow f(0) = g^{-1}(0) = 2 \text{ bulunur.}$$

Sonuç olarak, soru iptal edilmiştir.

22.

I. Yol

$$\begin{array}{r|l} a^8 + 4a^2 - 8 & a^2 + 2 \\ - a^8 + 2a^6 & \hline - 2a^6 + 4a^2 - 8 & a^6 - 2a^4 + 4a^2 - 4 \\ - -2a^6 - 4a^4 & \hline 4a^4 + 4a^2 - 8 & \\ - 4a^4 + 8a^2 & \hline - 4a^2 - 8 & \\ - -4a^2 - 8 & \hline 0 & \end{array}$$

II. Yol

$$a = 1 \text{ yazılırsa, } \frac{1^8 + 4 \cdot 1^2 - 8}{1^2 + 2} = \frac{-3}{3} = -1 \text{ bulunur.}$$

$$a = 1 \Rightarrow a^6 - 2a^4 + 4a^2 - 4 = 1^6 - 2 \cdot 1^4 + 4 \cdot 1^2 - 4 = -1$$

$$\text{A) } a = 1 \Rightarrow a^6 - a^5 + a^4 - 4 = 1^6 - 1^5 + 1^4 - 4 = -3$$

$$\text{B) } a = 1 \Rightarrow a^6 - a^5 - 4a^4 - 4 = 1^6 - 1^5 - 4 \cdot 1^4 - 4 = -8$$

$$\text{C) } a = 1 \Rightarrow a^6 - 2a^4 + 4a^2 - 4 = 1^6 - 2 \cdot 1^4 + 4 \cdot 1^2 - 4 = -1$$

$$\text{D) } a = 1 \Rightarrow a^6 - a^5 - 4 = 1^6 - 1^5 - 4 = -4$$

$$\text{E) } a = 1 \Rightarrow a^6 + 4a^2 - 4 = 1^6 + 4 \cdot 1^2 - 4 = 1$$

Aynı sonucu veren yalnızca C seçeneğidir.

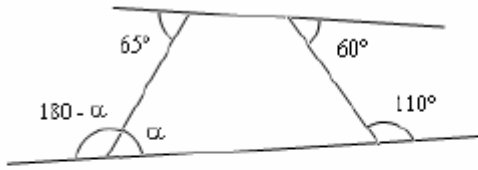
23.

$$\log_5 3 + \log_5 a = 1 \Rightarrow \log_5 (3 \cdot a) = \log_5 5$$

$$\Rightarrow 3 \cdot a = 5$$

$$\Rightarrow a = \frac{5}{3}$$

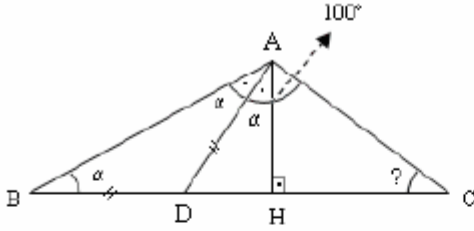
24.



Bir dikiörtgende dış açılar toplamı 360° olduğuna göre,

$$110 + 60 + 65 + (180 - \alpha) = 360 \Rightarrow \alpha = 55 \text{ bulunur.}$$

25.



$m(\text{BAD}) = m(\text{DAH}) = \alpha$ olsun.

$|AD| = |BD| \Rightarrow m(\text{ABD}) = \alpha$ olur.

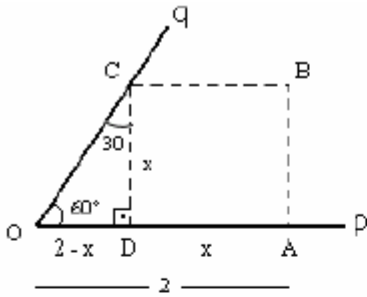
$m(\text{HDA}) = 2\alpha \Rightarrow$ Dış açı

ADH üçgeninde, $\alpha + 2\alpha = 90 \Rightarrow \alpha = 30$

ABC üçgeninde, $30 + 100 + m(\text{ACB}) = 180 \Rightarrow m(\text{ACB}) = 50$ bulunur.

Not : Bir dış açının ölçüsü kendisine komşu olmayan iki iç açının ölçüleri toplamına eşittir.

26.



30 derecenin karşısındaki kenar, 60 derece karşısındaki kenarın $\sqrt{3}$ katı olduğundan,

$$(2-x) \cdot \sqrt{3} = x \Rightarrow 2\sqrt{3} - x\sqrt{3} = x$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{3} = x(1 + \sqrt{3})$$

$$\Rightarrow x = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$$

$$\Rightarrow x = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1} \cdot \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1}$$

$$\Rightarrow x = 3 - \sqrt{3} \text{ elde edilir.}$$

veya

$$\begin{aligned}\text{CDO üçgeninde, } \tan 30 &= \frac{2-x}{x} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2-x}{x} \\ &\Rightarrow x + x\sqrt{3} = 2\sqrt{3} \\ &\Rightarrow x(1 + \sqrt{3}) = 2\sqrt{3} \\ &\Rightarrow x = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1} \\ &\Rightarrow x = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1} \cdot \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1} \\ &\Rightarrow x = \frac{2\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3})^2 - 1^2} \\ &\Rightarrow x = \frac{2\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)}{2} \\ &\Rightarrow x = \sqrt{3}(\sqrt{3}-1) \\ &\Rightarrow x = 3 - \sqrt{3} \text{ elde edilir.}\end{aligned}$$

Not : Dik üçgen özellikleri

Bir dar açının ölçüsü 30° olan dik üçgende,

30° karşısındaki kenarın uzunluğu hipotenüsün yarısına ,

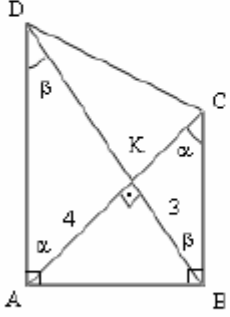
60° karşısındaki kenar uzunluğu hipotenüsün $\frac{\sqrt{3}}{2}$ katına eşittir.

27.
I. Yol

AD // BC olduğundan,

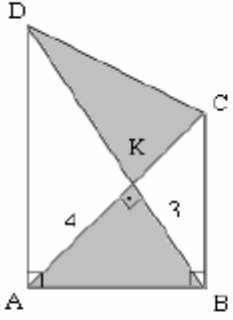
$$m(\text{DAC}) = m(\text{ACB}) = \alpha$$

$m(\text{ADB}) = m(\text{DBC}) = \beta$ olduğuna göre,



$$\text{ADK} \cong \text{CBK} \Rightarrow \frac{4}{|CK|} = \frac{|DK|}{3} \Rightarrow |KC| \cdot |KD| = 12 \text{ olur.}$$

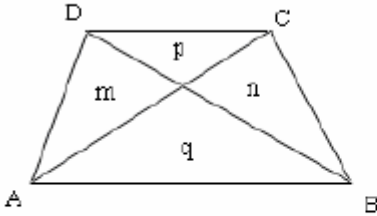
II. Yol



$$\text{alan}(\text{DKC}) = \text{alan}(\text{AKB}) \Rightarrow \frac{|DK| \cdot |KC|}{2} = \frac{3 \cdot 4}{2}$$

$$\Rightarrow |DK| \cdot |KC| = 12 \text{ elde edilir.}$$

Not :

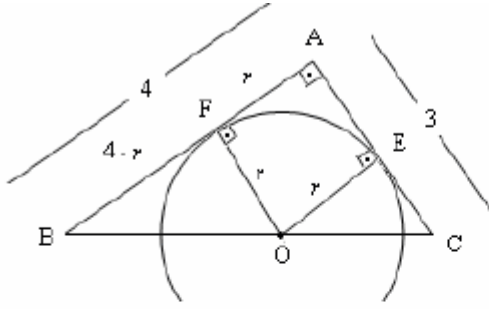


Şekildeki m, n, p, q buldukları üçgenlerin alanları olsun.

$$\text{Alan}(\text{DAB}) = \text{alan}(\text{CAB}) \Rightarrow m + q = n + q$$

$$\Rightarrow m = n$$

28.



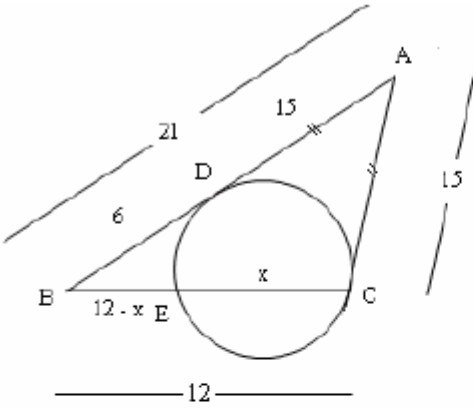
OE ve OE yarıçapları çizilirse, yançap teğete dik olduğuna göre,

OEAF bir kare olur.

Bu durumda, $|OE| = |OF| = |AF| = |AE| = r \Rightarrow |BF| = 4 - r$

$BFO \cong BAC \Rightarrow \frac{4-r}{4} = \frac{r}{3} \Rightarrow r = \frac{12}{7}$ bulunur.

29.



Çembere dışındaki bir noktadan çizilen teğet parçaları eşit uzunlukta olduğuna göre,

$|AC| = |AD| = 15 \Rightarrow |BD| = 21 - 15 = 6$

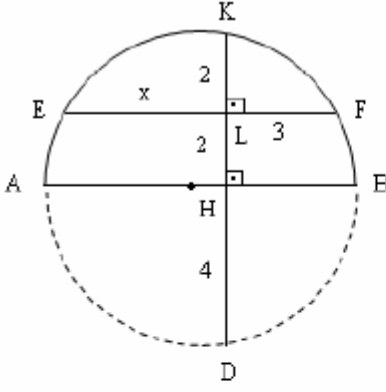
$|BE| = 12 - x$

Çemberde kuvvet bağıntısından,

$|BD|^2 = |BE| \cdot |BC| \Rightarrow 6^2 = (12 - x) \cdot 12$

$\Rightarrow x = 9$ elde edilir.

30.



Çember tamamlanırsa, $AB \perp KD$ olduğundan,

Merkezden kirişe indirilen dikme kirişi ortaladığından, $|KH| = |HD| = 4$ olur.

Bu durumda L noktasının çembere göre kuvveti

$$\begin{aligned} |KL| \cdot |LD| &= |LF| \cdot |LE| \Rightarrow 2 \cdot 6 = 3 \cdot x \\ &\Rightarrow x = 4 \text{ elde edilir.} \end{aligned}$$

31.

CAB üçgeninde iç açıortay teoremine göre,

$$\frac{|AC|}{|CB|} = \frac{2x}{x} \Rightarrow \frac{|AC|}{3} = \frac{2}{1} \Rightarrow |AC| = 6$$

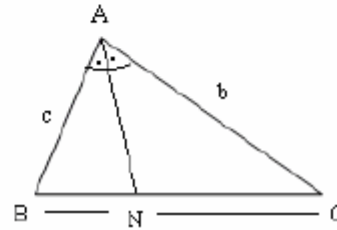
CAB üçgeninde pisagor teoremine göre,

$$\begin{aligned} 6^2 &= 3^2 + (3x)^2 \Rightarrow 36 = 9 + 9x^2 \\ &\Rightarrow x = \sqrt{3} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

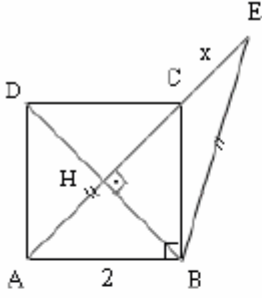
Not : Açıortay teoremi

Bir üçgende bir açının açıortayı karşı kenarı diğer kenarlar oranında böler.

$$\text{AN iç açıortay ise, } \frac{|NB|}{|NC|} = \frac{c}{b}$$



32.



Karenin BD köşegeni çizilirse,

Karenin köşegenleri birbirine dik olduğundan, $BH \perp AC$ olur.

ABC dik üçgeninde pisagor teoremine göre, $|AC|^2 = 2^2 + 2^2 \Rightarrow |AC| = 2\sqrt{2}$

$$|AC| = |BE| = 2\sqrt{2}$$

$|BH| = \sqrt{2}$ olacağına göre,

BHE dik üçgeninde pisagor teoremine göre,

$$(2\sqrt{2})^2 = (x + \sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2 \Rightarrow x + \sqrt{2} = \sqrt{6}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{6} - \sqrt{2} \text{ elde edilir.}$$

33.

$$\frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\sin x} = 2\sqrt{6} \Rightarrow \frac{1}{\frac{\cos x}{\sin x}} + \frac{1}{\frac{\sin x}{\cos x}} = 2\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin x + \cos x}{\cos x \cdot \sin x} = 2\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow \sin x + \cos x = \sqrt{6} \cdot (2 \cdot \sin x \cdot \cos x)$$

$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x$ olduğuna göre,

$$\Rightarrow \sin x + \cos x = \sqrt{6} \sin 2x$$

Eşitliğin her iki tarafının karesi alınırsa,

$$\Rightarrow (\sin x + \cos x)^2 = (\sqrt{6} \sin 2x)^2$$

$$\Rightarrow \sin^2 x + 2 \cdot \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x = 6 \cdot \sin^2 2x$$

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ olduğuna göre,

$$\Rightarrow 6\sin^2 2x - \sin 2x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow (3\sin 2x + 1)(2\sin 2x - 1) = 0 \Rightarrow 2\sin 2x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \sin 2x = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2x = 30$$

$$\Rightarrow x = 15$$

34.

OHPS kare olduğuna göre, $|HP| = |PS|$ olacağından P nin apsisi ordinatına eşittir.

P noktası eğri üzerinde olduğundan apsisi x ise ordinatı $y = \sqrt{ax}$ olur.

$$x = \sqrt{ax} \Rightarrow x^2 = ax \Rightarrow x = a \text{ bulunur.}$$

P nin apsisi $x = a$ ise H noktasının apsisinde a ve $|OH| = |HK|$ olduğundan,

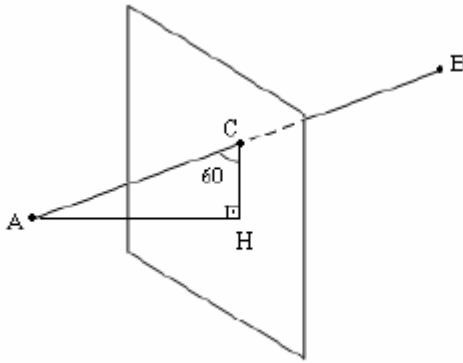
K noktasının apsisi $2a$ olur.

Bu durumda Q noktasının apsisinde $2a$ olacaktır.

KQ uzunluğu eğrinin $x = 2a$ için aldığı değere eşittir.

$$\text{O halde } y = \sqrt{2a \cdot a} \Rightarrow y = a\sqrt{2} \text{ elde edilir.}$$

35.



Düzlem doğruyu 60° lik açıyla kestiğine göre,

A noktasının düzlem üzerindeki dik izdüşümü H olsun.

$$|AB| = 40\sqrt{3} \Rightarrow |AC| = |CB| = 20\sqrt{3}$$

$$\text{AHC dik üçgeninde, } \sin 60 = \frac{|AH|}{20\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{|AH|}{20\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow |AH| = 30$$

36.

Vektörlerin uzayı girmesi için paralel olmaması gerekir.

İki vektör paralel ise I.bileşenler ile II. bileşenlerin oranları eşit olacağından,

[2 , 3] ve [6 , 9] vektörleri paralel olduğundan buldukları uzayı germez.

37.

\vec{u} ve \vec{v} vektörleri arasındaki açı α ise $\cos \alpha = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| |\vec{v}|}$ olduğuna göre,

$$\cos 60 = \frac{a \cdot 2 + 2 \cdot a}{\sqrt{a^2 + 2^2} \cdot \sqrt{2^2 + a^2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{4a}{a^2 + 4}$$

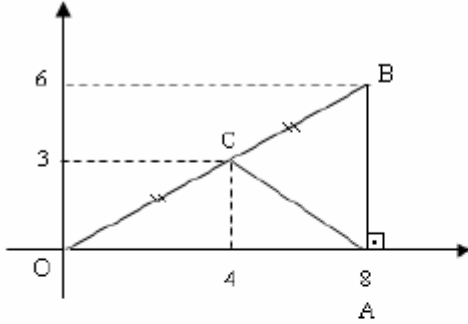
$$\Rightarrow a^2 - 8a + 4 = 0$$

$$a^2 - 8a + 4 = 0 \Rightarrow \Delta = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 \Rightarrow \Delta = 48$$

$$\Rightarrow a_{1,2} = \frac{-(-8) \mp \sqrt{48}}{2 \cdot 1} \Rightarrow a_{1,2} = \frac{8 \mp 4\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow a_{1,2} = 4 \mp 2\sqrt{3}$$

38.



$O(0, 0)$, $A(8, 0)$ ve $B(8, 6)$ ise

A köşesine ait kenarortay [OB] kenarının orta noktasından geçer.

[OB] nin orta noktası $C\left(\frac{8+0}{2}, \frac{6+0}{2}\right) = C(4, 3)$ olduğuna göre,

A(8 , 0) ve C(4 , 3) ise

İki noktası bilinen doğru denklemine göre,

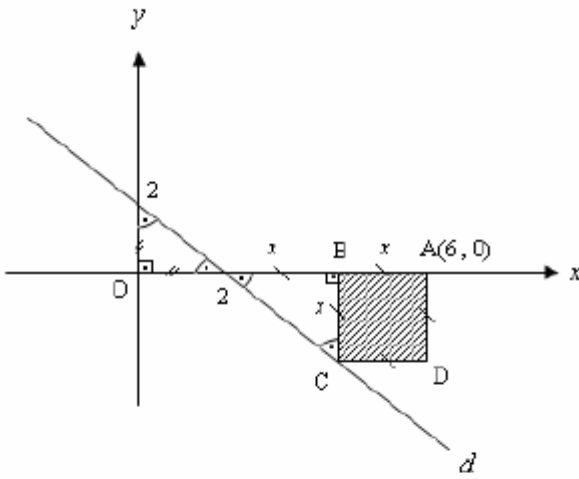
$$\frac{y-0}{0-3} = \frac{x-8}{8-4} \Rightarrow 4y + 3x = 24$$

$$\Rightarrow \frac{x}{8} + \frac{y}{6} = 1 \text{ denklemi elde edilir.}$$

Not : İki noktası bilinen doğru denklemi

$$A(x_1 , y_1) \text{ ve } B(x_2 , y_2) \Rightarrow \frac{y-y_1}{y_1-y_2} = \frac{x-x_1}{x_1-x_2}$$

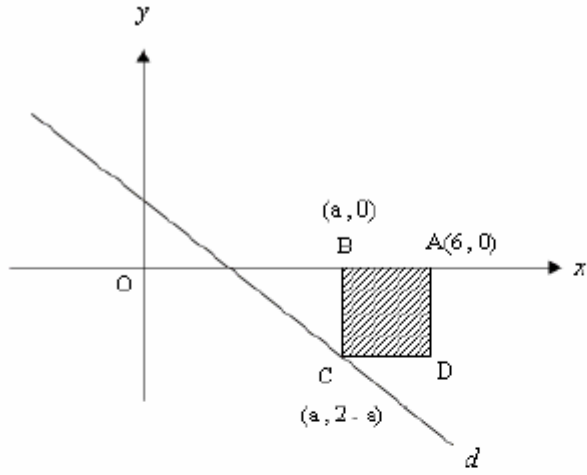
39.
I. Yol



$$2 + x + x = 6 \Rightarrow x = 2$$

Alan(ABCD) = $2^2 = 4$ elde edilir.

II. Yol



$B(a, 0)$ olsun.

C noktası doğru üzerinde olduğundan doğru denklemini sağlayacağından,

$$y + a - 2 = 0 \Rightarrow y = 2 - a \Rightarrow C(a, 2 - a)$$

$$|BC| = |2 - a|$$

$$|AB| = |6 - a|$$

$$|6 - a| = |2 - a| \Rightarrow 6 - a = -2 + a \Rightarrow a = 4$$

ABCD karesinin bir kenar uzunluğu : $|AB| = |BC| = 2$

Alan(ABCD) = $2^2 = 4$ elde edilir.

40.

$$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{20}$$

$$\frac{1+i}{1-i} = \frac{1+i}{1-i} \cdot \frac{(1+i)}{(1+i)} = \frac{1+2i+i^2}{1^2-i^2}$$

$$i^2 = -1 \text{ olduğuna göre, } \frac{1+2i+(-1)}{1-(-1)} = \frac{2i}{2} = i$$

$$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{20} = (i)^{20} = (i^2)^{10} = (-1)^{10} = 1 \text{ elde edilir.}$$

41.

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & \cdot & \cdot \\ \cdot & b & \cdot \\ \cdot & \cdot & c \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.1+(-1).2 & \cdot & \cdot \\ \cdot & 2.2+1.1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & (-1).4+2.5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & 5 & \cdot \\ \cdot & \cdot & 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} a + b + c &= -1 + 5 + 6 \\ &= 10 \end{aligned}$$

42.

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} 1376 & 1375 \\ 1375 & 1376 \end{vmatrix} &= 1376.1376 - 1375.1375 \\ &= 1376^2 - 1375^2 \\ &= (1376 + 1375)(1376 - 1375) \\ &= 2751.1 \\ &= 2751 \end{aligned}$$

43.

$$\begin{aligned} \frac{x+5}{x+1} &= \frac{x+1}{x-2} \Rightarrow (x+1).(x+1) = (x+5).(x-2) \\ &\Rightarrow x^2 + 2x + 1 = x^2 + 3x - 10 \\ &\Rightarrow x = 11 \end{aligned}$$

44.

Toplam bilye sayısı : $2 + 4 + 6 = 12$

12 bilye arasından 2 bilye çekeceğimizden,

$$C(12, 2) = \frac{12!}{(12-2)! \cdot 2!} = \frac{12!}{10! \cdot 2!} = \frac{12 \cdot 11}{2 \cdot 1} = 66 \text{ şekilde seçilebilir.}$$

2 beyaz toptan 1 beyaz bilye : $C(2, 1) = 2$

4 siyah toptan 1 siyah bilye : $C(4, 1) = 4$ farklı şekilde seçilebilir.

Buna göre, aynı anda çekilen 2 bilyeden birinin beyaz öbürünün siyah olma olasılığı :

$$\frac{C(2,1)C(4,1)}{C(12,2)} = \frac{2 \cdot 4}{66} = \frac{4}{33} \text{ olur.}$$

45.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right) = \left(\frac{1}{2-2} - \frac{4}{2^2-4} \right) = \left(\frac{1}{0} - \frac{4}{0} \right) = \infty - \infty \text{ belirsizliđi vardır.}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} &= \frac{1}{x-2} - \frac{4}{(x-2)(x+2)} \\ &= \frac{1}{x-2} - \frac{4}{(x-2) \cdot 1} \\ &= \frac{x+2-4}{(x-2)(x+2)} \\ &= \frac{x-2}{(x-2)(x+2)} \\ &= \frac{1}{x+2} \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right) = \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x+2} \right) = \frac{1}{2+2} = \frac{1}{4} \text{ elde edilir.}$$

46.

I. Yol

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{\sin(x^2-4)}{x^4-16} \right) = \frac{\sin(2^2-4)}{2^4-16} = \frac{\sin 0}{0} = \frac{0}{0} \text{ belirsizliđi vardır.}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{\sin(x^2-4)}{x^4-16} \right) &= \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{\sin(x^2-4)}{(x^2-4)(x^2+4)} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{\sin(x^2-4)}{(x^2-4)} \right) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x^2+4} \right) \\ &= 1 \left(\frac{1}{2^2+4} \right) \\ &= \frac{1}{8} \end{aligned}$$

II. Yol

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{\sin(x^2 - 4)}{x^4 - 16} \right) = \frac{\sin(2^2 - 4)}{2^4 - 16} = \frac{\sin 0}{0} = \frac{0}{0} \text{ belirsizliđi vardır.}$$

L'Hospital kuralı uygulanırsa,

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sin(x^2 - 4))'}{(x^4 - 16)'} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x \cdot \cos(x^2 - 4)}{4x^3} \\ &= \frac{2 \cdot 2 \cdot \cos(2^2 - 4)}{4 \cdot 2^3} = \frac{4 \cdot \cos 0}{32} = \frac{4 \cdot 1}{32} = \frac{1}{8} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Not : L' Hospital Kuralı

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} \text{ limitinde } \frac{0}{0} \text{ veya } \frac{\infty}{\infty} \text{ belirsizliđi varsa, } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)} \text{ olur.}$$

47.

$$\frac{d f(x)}{dx} = \frac{d}{dx}(f(x)) = f'(x) \text{ olduğuna gore,}$$

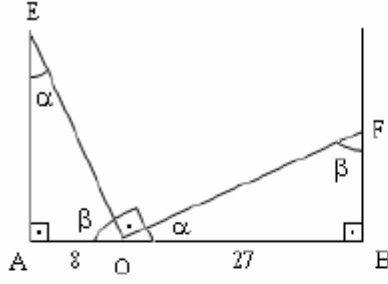
$$\frac{d}{dx}(\ln(\cos x)) = (\ln(\cos x))' = \frac{(\cos x)'}{\cos x} = \frac{-\sin x}{\cos x} = -\tan x \text{ elde edilir.}$$

48.

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx} \right) = \frac{d}{dx}(y') = \frac{dy'}{dx} = y'' \text{ olduğuna gore,}$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dx^2}(\sin^2 3x) &= (\sin^2 3x)'' = (2 \cdot 3 \cdot \sin 3x \cdot \cos 3x)' \\ &= (3 \cdot \sin 6x)' \\ &= 3 \cdot 6 \cdot \cos 6x \\ &= 18 \cos 6x \end{aligned}$$

49.



$$m(\text{FOB}) = \alpha$$

$$m(\text{BFO}) = \beta \text{ olsun.}$$

$\alpha + \beta = 90$ olduğuna göre, $m(\text{AOE}) = \beta$ ise $m(\text{AEO}) = \alpha$ olur.

$$\text{EAO dik üçgeninde, } \sin \alpha = \frac{8}{|OE|} \Rightarrow |OE| = \frac{8}{\sin \alpha}$$

$$\text{FBO dik üçgeninde, } \cos \alpha = \frac{27}{|OF|} \Rightarrow |OF| = \frac{27}{\cos \alpha}$$

$$|OE| + |OF| = \frac{8}{\sin \alpha} + \frac{27}{\cos \alpha} = f(\alpha) \Rightarrow \alpha \text{ değişkenine bağlı bir fonksiyon elde edilir.}$$

$|OE| + |OF|$ nin en küçük deđerini $f'(\alpha) = 0$ denkleminin kökü için alır.

$$f'(\alpha) = \left(\frac{8}{\sin \alpha} + \frac{27}{\cos \alpha} \right)' = 0 \Rightarrow f'(\alpha) = \frac{-8 \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} + \frac{27 \sin \alpha}{\cos^2 \alpha} = 0$$

$$\Rightarrow f'(\alpha) = \frac{-8 \cos \alpha}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} + \frac{27 \sin \alpha}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = 0$$

$$\Rightarrow f'(\alpha) = \frac{-8 \cos^3 \alpha + 27 \sin^3 \alpha}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = 0$$

$$-8 \cos^3 \alpha + 27 \sin^3 \alpha = 0$$

$$27 \sin^3 \alpha = 8 \cos^3 \alpha \Rightarrow \frac{\sin^3 \alpha}{\cos^3 \alpha} = \frac{8}{27}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \right)^3 = \left(\frac{2}{3} \right)^3 \Rightarrow \tan \alpha = \frac{2}{3}$$

50.

I. Yol

$\int_2^5 (x^3 + x^2) dx$ belirli integral değeri bir sayıdır.

$\frac{d}{dx} \left(\int_2^5 (x^3 + x^2) dx \right)$ ile belirli integral değerinin (sayının) x e göre türevini

ifade ettiğine göre, değeri 0 (sıfır) olur.

II. Yol

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left(\int_2^5 (x^3 + x^2) dx \right) &= \frac{d}{dx} \left(\left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_2^5 \right) \\ &= \frac{d}{dx} \left(\left(\frac{5^4}{4} + \frac{5^3}{3} \right) - \left(\frac{2^4}{4} + \frac{2^3}{3} \right) \right) \\ &= \frac{d}{dx} \left(\left(\frac{625}{4} + \frac{125}{3} \right) - \left(\frac{16}{4} + \frac{8}{3} \right) \right) \\ &= \frac{d}{dx} \left(\frac{1875 + 500}{12} - \frac{48 + 32}{12} \right) \\ &= \frac{d}{dx} \left(\frac{2375 - 80}{12} \right) \\ &= \frac{d}{dx} \left(\frac{2295}{12} \right) \end{aligned}$$

Sabit sayının trevi sıfır (0) olduğuna gre,

$$= 0$$

51.

Değişken değiştirme yöntemine göre,

$$\cos^2 x = u \Rightarrow -2 \cdot \cos x \cdot \sin x \, dx = du$$

$$\Rightarrow -\sin 2x \, dx = du$$

$$\Rightarrow dx = \frac{du}{-\sin 2x}$$

$$\int -\cos(\cos^2 x) \sin 2x \, dx = \int -\cos u \cdot \sin 2x \frac{du}{-\sin 2x}$$

$$= \int \cos u \, du$$

$$= \sin u + c$$

$\cos^2 x = u$ olduğuna göre,

$$= \sin(\cos^2 x) + c$$

52.

$\int_0^{\ln 3} (e^{3x} - e^x) \, dx$ integralinde $e^x = t$ dönüşümü yapılırsa,

$$e^x = t \Rightarrow e^x \, dx = dt$$

$$\Rightarrow dx = \frac{dt}{e^x}$$

$$\Rightarrow dx = \frac{dt}{t}$$

İntegralin üst sınırı : $x = \ln 3 \Rightarrow e^{\ln 3} = t \Rightarrow t = 3$

İntegralin alt sınırı : $x = 0 \Rightarrow e^0 = t \Rightarrow t = 1$

$$\int_0^{\ln 3} (e^{3x} - e^x) \, dx = \int_1^3 (t^3 - t) \frac{dt}{t}$$

$$= \int_1^3 t \cdot (t^2 - 1) \frac{dt}{t} = \int_1^3 (t^2 - 1) \, dt \text{ elde edilir.}$$