

**1991 ÖYS SINAVI MATEMATİK SORULARI ve ÇÖZÜMLERİ**  
**16 Haziran 1991**

1. 1.  $0,80 + (0,2 + \frac{1}{5})0,5$  işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. a, b, c birer pozitif gerçel sayı ve  $2a=3b$   $2b=c$  olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A)  $a < b < c$  B)  $a < c < b$  C)  $c < b < a$   
D)  $c < a < b$  E)  $b < a < c$

3.  $\frac{a}{4} = \frac{b}{2} = \frac{c}{6}$   
 $3a - b + c = 8$   
olduğuna göre, c kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4.  $\frac{bc}{a} = 1$   $\frac{ca}{b} = 1$   $\frac{ab}{c} = 3$   
olduğuna göre,  $a^2 + b^2 + c^2$  kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

5. x, y birer gerçel sayı ve  $3xy^2 + x^3 = 9$   
 $3x^2y + y^3 = 18$   
olduğuna göre, x+y kaçtır?

- A)  $\sqrt[3]{9}$  B)  $\sqrt[3]{9}$  C)  $\sqrt{3}$  D) 3 E) 1

6.  $x^2 - y^2 = 27$   
 $\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y} = \frac{4}{9}$   
olduğuna göre, y aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 7 E) 8

7. Rakamları sıfırdan ve birbirinden farklı, üç basamaklı en büyük sayı ile rakamları sıfırdan ve birbirinden farklı, üç basamaklı en küçük sayının farkı kaçtır?

- A) 123 B) 432 C) 741 D) 864 E) 987

8. Birbirinden hızı öbürünün hızının 2 katı olan iki koşucu, bir çembersel pistin başlangıç noktasından, aynı anda koşmaya başlıyorlar. Bu iki koşucu, ilk kez, aynı anda pistin başlangıç noktasına geldiklerinde hızı daha fazla olan koşucu kaç tur yapmış olur?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

9. Parasının  $\frac{3}{7}$  sini harcadıktan sonra, kalanın  $\frac{1}{3}$  ünü kardeşine veren Ali'nin geriye 16 000 lirası kalmıştır. Buna göre, Ali'nin başlangıçtaki parası kaç liradır?

- A) 32 000 B) 36 000 C) 38 000  
D) 40 000 E) 42 000

10. Yağ dolu bir şişenin ağırlığı 732 gramdır. Yağın  $\frac{1}{4}$  ü boşaltıldığında şişe 613 gram gelmektedir. Buna göre, şişe kaç gram almaktadır?

- A) 478 B) 476 C) 474  
D) 472 E) 470

11. Bir sepetteki güller 5'er 5'er demetlenince 2 gül, 7'şer 7'şer demetlenince de 3 gül artmaktadır. Buna göre, sepette en az kaç gül vardır?

- A) 17 B) 24 C) 27 D) 37 E) 38

12. Bir malın etiket fiyatı, maliyeti üzerinden %40 karla hesaplanmıştır. Bu mal, etiket fiyatı üzerinden %15 indirimle satılırsa, elde edilen kar yüzde kaç olur?

- A) 30 B) 27 C) 25 D) 22 E) 19

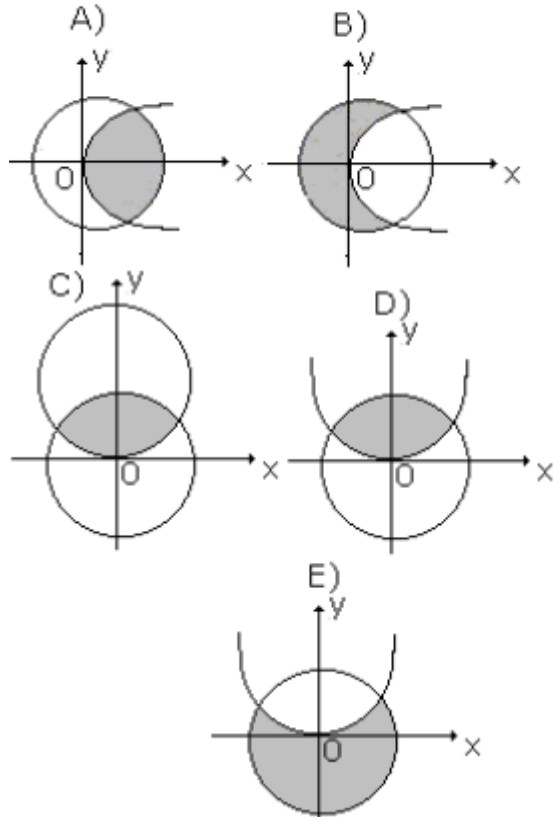
13. Hızları farklı 8 km/saat olan iki bisikletli, aynı noktadan, aynı anda, zıt yönde hareket ediyorlar. Hareketinden 1 saat sonra aralarındaki uzaklık 40 km olduğuna göre, daha yavaş giden bisikletlinin hızı kaç km/saat tir?

- A) 8 B) 10 C) 14 D) 16 E) 20

15. Ahmet parasının  $\frac{1}{3}$  ünü yıllık %40 tan, geri kalanını ise yıllık %60 tan 6 aylığına faize veriliyor. Eğer tersini yapsaydı, yani; parasının  $\frac{1}{3}$  ünü yıllık %60 tan, geri kalanını ise yıllık %40 tan 6 aylığına faize verseydi 100 000 lira daha az faiz alacaktı. Buna göre, Ahmet'in faize verdiği toplam para kaç liradır?

- A) 3750 000 B) 3500 000 C) 3000 000  
D) 2500 000 E) 2225 000

17. A ve B kümeleri  
 $A = \{(x,y) \mid y - x^2 < 0, x, y \in \mathbb{R}\}$   
 $B = \{(x,y) \mid x^2 + y^2 - 4 < 0, x, y \in \mathbb{R}\}$   
olduğuna göre,  $A \cap B$  kümesi aşağıdaki taralı bölgelerden hangisidir?



14. Hacmi 2560 litre olan bir depo, 20 ve 17 litrelik iki bidonla su taşınarak doldurulmuştur. Toplam 140 bidon su taşınınca depo tam doldurulduğuna göre, 17 litrelik bidon ile kaç bidon su taşınmıştır?

- A) 50 B) 60 C) 70 D) 80 E) 90

16. M ve N kümeleri  
 $M = \{a, b, \{1,2\}, \Delta\}$   
 $N = \{a, 1, 2, \{\Delta\}\}$   
olduğuna göre, M-N fark kümesinin 2 elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

18. Tamsayılar kümesi üzerinde her a, b için  $a * b = a^b - b$  işlemi tanımlanmıştır. Buna göre,  $(3 * 2) * 1$  işleminin sonucu kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

19.  $16^{1991} \equiv x \pmod{7}$  olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

21.  $\sqrt{x + \sqrt{x}} + \sqrt{x - \sqrt{x}} = 2$  olduğuna göre, x kaçtır?

- A)  $\sqrt{2}$  B) 2 C) 1 D)  $\frac{1}{3}$  E)  $\frac{4}{3}$

23.  $f(x) = \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $f(x) = xf(x+1)$ ,  $f(4) = \frac{4}{3}$  olduğuna göre,  $f(2)$  değeri kaçtır?

- A) 14 B) 12 C) 10 D) 8 E) 6

25.  $i^2 = -1$  olduğuna göre,  $(1+i)(1+i^3)(1+i^5)(1+i^7)$  çarpımını aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 2 B) 4 C)  $1+i$  D)  $1-i$  E)  $4i$

27.  $f(x) = \sqrt{\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}}$  fonksiyonunun en geniş tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\mathbb{R} - [-1, 0]$  B)  $\mathbb{R}$  C)  $(-1, \infty)$   
D)  $(0, 1)$  E)  $(0, \infty)$

29.  $P(x-1) + P(x+1) = 4x^2 - 2x + 10$  olduğuna göre,  $P(x)$  polinomu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $2x^2 - x - 3$  B)  $2x^2 + x - 3$  C)  $2x^2 - x + 3$   
D)  $4x^2 + x - 1$  E)  $4x^2 - x + 1$

20.  $x\sqrt{0,4} = 1$  olduğuna göre, x kaçtır?

- A)  $\sqrt{5}$  B)  $\sqrt{\frac{5}{2}}$  C)  $\sqrt{\frac{5}{3}}$  D)  $\sqrt{\frac{5}{4}}$  E)  $\sqrt{\frac{5}{6}}$

22. a doğal logaritmanın tabanı ve  $f(x) = \lfloor |x| \rfloor - \lfloor |x| \rfloor$  olduğuna göre,  $f(-e)$  değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

24.  $\log_3 5 = a$  olduğuna göre,  $\log_9 25$  in değeri kaçtır?

- A) a B) 2a C)  $a^2$  D)  $\frac{a}{2}$  E)  $\sqrt{a}$

26. Karmaşık düzlemde  $A(4+6i)$ ,  $B(-2-i)$ ,  $C(4+5i)$  noktaları veriliyor. A'nın [BC] nin ortasına olan uzaklığı kaç birimdir?

- A) 5 B) 4 C) 3 D)  $3\sqrt{2}$  E)  $3\sqrt{3}$

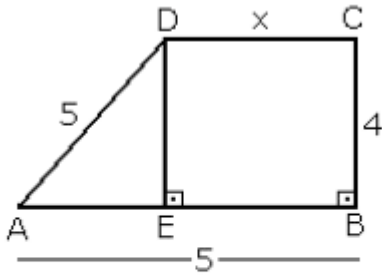
28.  $(x+t)^2 + 2b(x+t) + c = 0$ ,  $t \in \mathbb{R}$  denkleminde köklerin gerçel olmaması için b ile c arasındaki bağıntı ne olmalıdır?

- A)  $b^2 + c > 1$  B)  $b^2 + c < 1$  C)  $b^2 > c$   
D)  $b^2 < c$  E)  $b^2 = c$

30. Denklemini  $x^2 - 6x + y^2 = 7$  olan çemberin çapının uzunluğu kaç birimdir?

- A) 3 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

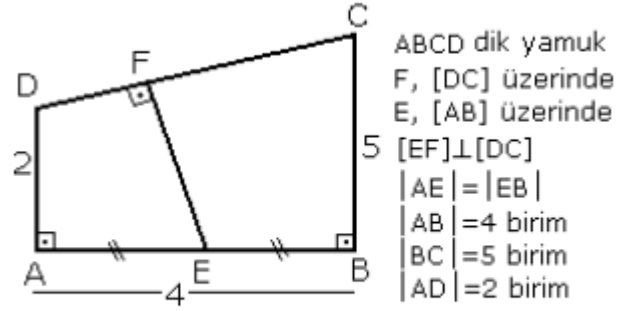
31.  
31.



Kenar uzunlukları şekilde verilen dik yamuk, bir doğru parçasıyla, çevreleri eşit bir üçgen ile bir dikdörtgene ayrılmıştır. Buna göre, x kaç birimdir?

- A) 1 B) 1,5 C) 2 D) 2,5 E) 3

32.  
32.

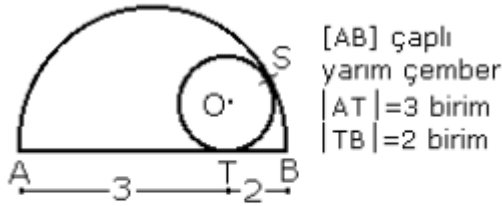


ABCD dik yamuk  
F, [DC] üzerinde  
E, [AB] üzerinde  
[EF]⊥[DC]  
|AE|=|EB|  
|AB|=4 birim  
|BC|=5 birim  
|AD|=2 birim

Yukarıdaki verilere göre, |EF| kaç birimdir?

- A) 2,8 B) 3 C) 3,5 D) 3,6 E) 4

33.  
33.

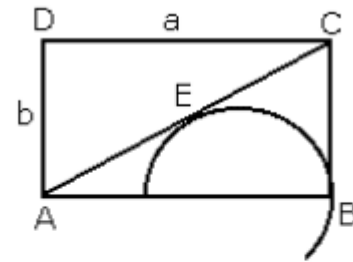


[AB] çaplı  
yarım çember  
|AT|=3 birim  
|TB|=2 birim

Şekildeki O merkezli çember [AB] ye T de,  $\widehat{AB}$  ye S de teğettir. Buna göre, bu çemberin yarıçapı kaç birimdir?

- A) 1,0 B) 1,2 C) 1,3 D) 1,6 E) 1,8

34.  
34.



Kenar uzunlukları a ve b olan bir ABCD dikdörtgeninde bir çember [BC] ye B de, [AC] ye E de teğettir. |AD|=|AE| olduğuna göre,  $\frac{a}{b}$  oranı kaçtır?

- A)  $\frac{3}{2}$  B)  $\frac{4}{3}$  C)  $\frac{5}{3}$  D)  $\sqrt{2}$  E)  $\sqrt{3}$

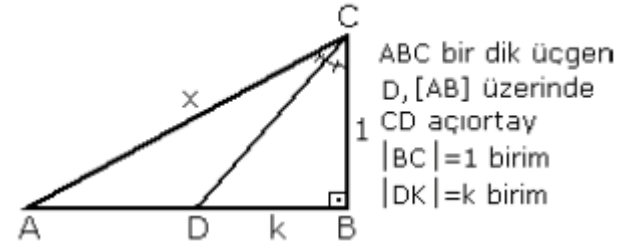
35.

35.  $\frac{\sin 3x}{\sin x} + \frac{\cos 3x}{\cos x} = 1$

olduğuna göre,  $\cos^2 x$  aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{5}{8}$  B)  $\frac{3}{4}$  C)  $\frac{2}{3}$  D)  $\frac{1}{3}$  E)  $\frac{1}{2}$

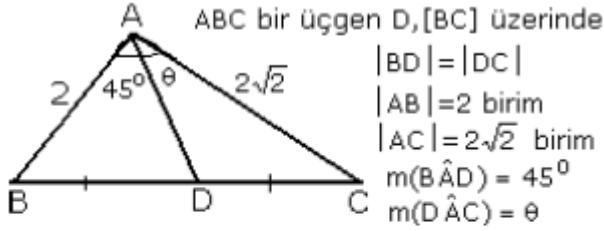
36.  
36.



Yukarıdaki verilere göre, |AC|=x in k türünden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1+k B) 1+k<sup>2</sup> C)  $\frac{1+k}{1-k}$   
D)  $\frac{1+k^2}{1-k^2}$  E)  $\frac{1+k^3}{1-k^3}$

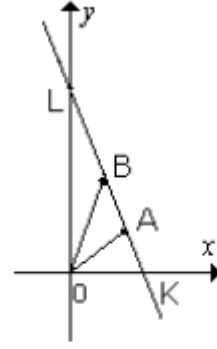
37.  
37.



Yukarıdaki verilere göre,  $\sin\theta$  nin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  C)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  D)  $\frac{1}{2}$  E)  $\frac{1}{3}$

38.  
38.



Yukarıdaki şekilde denklemleri  $2x+y=6$  olan doğru x-eksenini K de, y-eksenini L de kesmektedir.

$$|KA| = |AB| = |BL|$$

olduğuna göre,  $\vec{OA}$  ve  $\vec{OB}$  vektörlerinin

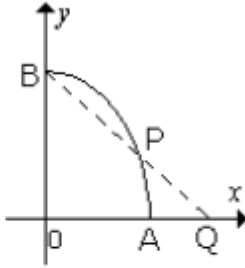
$$\vec{OA} \cdot \vec{OB}$$

skaler (iç) çarpımı kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

39.  
39.

Yandaki şekilde, denklemleri  $y=4-x^2$  olan parabolün birinci dördüdeki  $\widehat{AB}$  yayı verilmiştir. B den geçen bir doğru yayı P de, x-



eksenini Q da kesmektedir.  $|BP| = |PQ|$  olduğuna göre, BQ doğrusunun eğimi kaçtır?

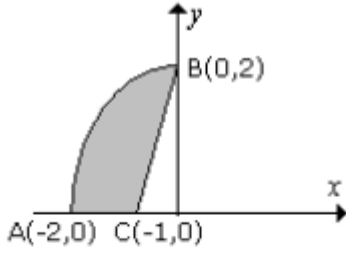
- A)  $-\sqrt{3}$  B)  $-\sqrt{2}$  C)  $-\frac{4}{3}$  D)  $-\frac{3}{4}$  E) -1

40.

40. Denklemleri  $x-2y=0$  ve  $x-2y+5=0$  olan doğrular arasındaki uzaklık kaç birimdir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D)  $\sqrt{3}$  E)  $\sqrt{5}$

41.  
41.



Şekildeki  $\widehat{AB}$ , O merkezli dörtte bir çember yayı, [BC] de B(0,2), C(-1,0) noktalarını birleştiren doğru parçasıdır. Buna göre, aşağıdaki integrallerden hangisi taralı alanı verir?

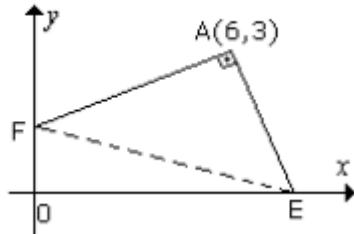
- A)  $\int_0^1 [\sqrt{4-x^2} + (2+2x)] dx$   
B)  $\int_0^2 \left[ \frac{y-2}{2} dy + \sqrt{4-y^2} dy \right]$   
C)  $\int_0^1 [\sqrt{4-x^2} + (2+2x)] dx$   
D)  $\int_0^1 [\sqrt{4-x^2} + (2+2x)] dx$   
E)  $\int_0^1 \frac{y-2}{2} dy + \int_0^2 \sqrt{4-y^2} dy$

43.

43.  $\int_0^1 \frac{d(x^2)}{x^2+1}$  aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{\pi}{4}$  B)  $\frac{\pi}{2}$  C)  $\ln 2$  D)  $\ln 3$  E) 2

45.  
45.



Köşesi A(6,3) olan şekildeki dik açının kenarları koordinat eksenlerini E ve F de kesmektedir. Buna göre, |EF| nin en küçük değeri kaçtır?

- A)  $2\sqrt{5}$  B)  $3\sqrt{5}$  C)  $2\sqrt{3}$  D) 5  
E) 4

42.

42.  $\int_0^1 (2x-3)(x^2-3x+2)^4 dx$  aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-\frac{32}{5}$  B) -3 C) 0 D) 3 E)  $\frac{243}{5}$

44.

44.  $f(x)=(x-1)^2(2x-t)$   
 $f'(0)=0$   
olduğuna göre, t kaçtır?

- A) 4 B) 2 C) 0 D) -2 E) -4

46.

46.  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & a & 5 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix} = [0]$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -6 B) -4 C) 3 D) 4 E) 5

47. Bir geometrik dizinin ilk terimi  $\frac{3}{2}$ , ikinci terimi 3 olduğuna göre, altıncı terimi kaçtır?  
A) 28 B) 30 C) 32 D) 39 E) 48

48. n elemanlı bir kümenin r-li bütün kombinasyonlarının (kombinasyonlarının) sayısı  $C(n,r)$  ile gösterildiğine göre,  
 $C(n,2)+C(n,3)=4C(n,1)$   
eşitliğinde n kaç olmalıdır?  
A) 3 C) 4 C) 5 D) 6 E) 7

49.  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{3^{2k}}$  ifadesinin değeri kaçtır?  
A)  $\frac{9}{8}$  B)  $\frac{3}{8}$  C)  $\frac{3}{5}$  D)  $\frac{3}{4}$  E)  $\frac{4}{3}$

50.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{\sqrt{x^2 - 1}}$  değeri kaçtır?  
A)  $-\frac{1}{2}$  B) -1 C) 0 D)  $\frac{1}{2}$  E) 1

51.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sin x + \cos x}{\frac{\pi}{3} - x}$  değeri kaçtır?  
A) 0 B)  $\sqrt{3} - 1$  C)  $\frac{1}{2}(1 - \sqrt{3})$   
D)  $\frac{3}{\pi}(1 + \sqrt{3})$  E)  $\frac{\pi}{3}$

52. n elemanlı bir kümenin r-li bütün kombinasyonlarının (kombinasyonlarının) sayısı  $C(n,r)$  ile gösterildiğine göre,  
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{C(n,1)C(n,4)}{C(n,2)C(n,3)}$   
değeri kaçtır?  
A)  $\frac{1}{4}$  B)  $\frac{1}{3}$  C)  $\frac{1}{2}$  D) 1 E) 2

### ÇÖZÜMLER

1. I. Yol

$$\begin{aligned} 0,80 + (0,2 + \frac{1}{5}) \cdot 0,5 &= \frac{80}{100} + (\frac{2}{10} + \frac{1}{5}) \cdot \frac{5}{10} \\ &= \frac{80}{100} + (\frac{2+2}{10}) \cdot \frac{5}{10} \\ &= \frac{80}{100} + \frac{4}{10} \cdot \frac{5}{10} \\ &= \frac{80}{100} + \frac{20}{100} \\ &= \frac{100}{100} \\ &= 1 \end{aligned}$$

- II. Yol

$$\begin{aligned} 0,80 + (0,2 + \frac{1}{5}) \cdot 0,5 &= 0,80 + (0,2 + 0,2) \cdot 0,5 \\ &= 0,80 + 0,4 \cdot 0,5 \\ &= 0,80 + 0,20 \\ &= 1 \end{aligned}$$

2.

$$2a = 3b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{3}{2} = \frac{3.k}{2.k} \Rightarrow a = 3.k$$
$$\Rightarrow b = 2.k$$

$b = 2.k$  olduğuna göre,

$$2b = c \Rightarrow c = 2.2.k \Rightarrow c = 4k$$

Buna göre,  $2k < 3k < 4k \Rightarrow b < a < c$  elde edilir.

---

3.

$$\frac{a}{4} = \frac{b}{2} = \frac{c}{6} = k \Rightarrow a = 4.k$$
$$\Rightarrow b = 2.k$$
$$\Rightarrow c = 6.k$$

$$3a - b + c = 8 \Rightarrow 3.4.k - 2.k + 6.k = 8$$
$$\Rightarrow 16.k = 8$$
$$\Rightarrow k = \frac{1}{2}$$

$c = 6.k$  olduğuna göre,  $c = 6.\frac{1}{2} \Rightarrow c = 3$  elde edilir.

---

4.

Eşitlikler taraf tarafa çarpılırsa,

$$\frac{bc}{a} \cdot \frac{ca}{b} \cdot \frac{ab}{c} = 1.2.3 \Rightarrow a.b.c = 6 \text{ olur.}$$

$$\frac{bc}{a} = 1 \Rightarrow b.c = a$$

$$a.b.c = 6 \text{ olduğuna göre, } a.a = 6 \Rightarrow a^2 = 6$$

$$\frac{ca}{b} = 2 \Rightarrow c.a = 2.b$$

$$a.b.c = 6 \text{ olduğuna göre, } 2.b.b = 6 \Rightarrow b^2 = 3$$

$$\frac{ab}{c} = 3 \Rightarrow a.b = 3.c$$

$$a.b.c = 6 \text{ olduğuna göre, } 3.c.c = 6 \Rightarrow 3.c^2 = 6 \Rightarrow c^2 = 2$$

Buna göre,  $a^2 + b^2 + c^2 = 6 + 3 + 2 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 11$  elde edilir.

---



5.

$$3xy^2 + x^3 = 9$$

$$3x^2y + y^3 = 18$$

---

$$3xy^2 + x^3 + 3x^2y + y^3 = 9 + 18$$

$$x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 = 27$$

$$(x + y)^3 = 3^3 \Rightarrow x + y = 3 \text{ elde edilir.}$$

---

6.

$$\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y} = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{1}{\frac{x+y}{x-y}} + \frac{1}{\frac{x-y}{x+y}} = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{x-y+x+y}{(x+y)(x-y)} = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{2x}{x^2-y^2} = \frac{4}{9}$$

$x^2 - y^2 = 27$  olduğuna göre,

$$\Rightarrow \frac{2x}{27} = \frac{4}{9} \Rightarrow x = 6$$

$$x^2 - y^2 = 27 \Rightarrow 6^2 - y^2 = 27$$

$$\Rightarrow 36 - y^2 = 27 \Rightarrow y = 3 \text{ elde edilir.}$$

---

7.

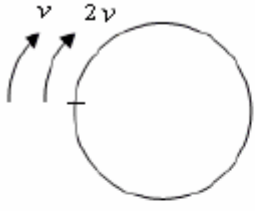
Rakamları sıfırdan ve birbirinden farklı, üç basamaklı en büyük sayı = 987

Rakamları sıfırdan ve birbirinden farklı, üç basamaklı en küçük sayı = 123

Buna göre,  $987 - 123 = 864$  elde edilir.

8.

I. Yol



Çembersel pistin çevresi =  $x$  olsun.

Aynı zamanda koşmaya başladıklarına göre,

$$x = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{v}$$

$$\frac{x}{v} = \frac{X}{2v} \Rightarrow X = 2x$$

II. Yol

Hızı  $v$  olan koşucu tekrar başlangıç noktasına gelinceye kadar,

hızı  $2v$  olan koşucu 2 tur atmış olacaktır.

9.

Ali'nin başlangıçtaki parası =  $x$  olsun.

$$\text{Parasının } \frac{3x}{7} \text{ sini harcadıktan sonra, kalan parası} = x - \frac{3x}{7} = \frac{4x}{7}$$

$$\text{Kardeşine verdiği miktar} = \frac{1}{3} \cdot \frac{4x}{7} = \frac{4x}{21}$$

$$\text{Ali de kalan miktar} = \frac{4x}{7} - \frac{4x}{21} = \frac{12x - 4x}{21} = \frac{8x}{21}$$

$$\frac{8x}{21} = 16\ 000 \Rightarrow x = 42\ 000$$

10.

Şişenin boş ağırlığı =  $x$

Sadece yağın ağırlığı =  $y$  olsun.

$$x + y = 732$$

Yağın  $\frac{1}{4}$  ü boşaltıldığında kalan miktar :  $y - \frac{y}{4} = \frac{3y}{4}$

$$x + \frac{3y}{4} = 613$$

$x + y = 732$  olduğuna göre,

---

$$y - \frac{3y}{4} = 732 - 613 \Rightarrow \frac{y}{4} = 119 \Rightarrow y = 476 \text{ gram}$$

11.

I. Yol

Gül sayısı =  $G$  olsun.

$$G = 5.k + 2 = 7.t + 3$$

Eşitliğin her üç tarafına 18 eklenirse,

$$G + 18 = 5.k + 2 + 18 = 7.t + 3 + 18$$

$$G + 18 = 5.k + 20 = 7.t + 21$$

$$G + 18 = 5.(k + 4) = 7.(t + 3)$$

$$G + 18 = 5.m = 7.n \Rightarrow G + 18 = \text{okək}(5, 7).s \quad (s \in \mathbb{Z}^+)$$

$$\Rightarrow \text{okək}(5, 7) = 35$$

Gül sayısının en az olması için :  $k = 1$  ise  $G + 18 = 35 \Rightarrow G = 17$  elde edilir.

II. Yol

Gül sayısı =  $G$  olsun.

$$G = 5.k + 2 = 7.t + 3$$

5 ile bölüdüğü zaman 2 kalanını veren sayılar : 2, 7, 12, 17, 22, ...

7 ile bölüdüğü zaman 3 kalanını veren sayılar : 3, 10, 17, 24, 31, ...

Ortak olan ilk sayı 17 dir.

---

12.

Maliyet fiyatı =  $x$  olsun.

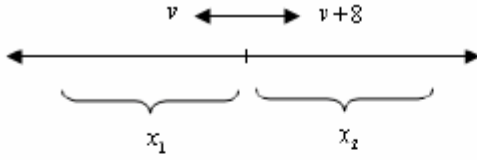
$$\text{Etiket fiyatı} = x + x \% 40 = x + \frac{2x}{5} = \frac{7x}{5}$$

$$\text{İndirimli fiyatı} = \frac{7x}{5} - \frac{7x}{5} \% 15 = \frac{7x}{5} - \frac{21x}{100} = \frac{119x}{100} = x + x \% 19$$

Buna göre, elde edilen kar yüzde 19 olur.

---

13.



$$x = v.f$$

$$x_1 = v.1 \Rightarrow x_1 = v$$

$$x_2 = (v+8).1 \Rightarrow x_2 = v+8$$

$$x_1 + x_2 = 40 \text{ olduğuna göre, } v + (v+8) = 40 \Rightarrow v = 16 \text{ elde edilir.}$$

---

14.

17 litrelik bidonun kullanılma sayısı =  $x$  olsun.

20 litrelik bidonun kullanılma sayısı =  $140 - x$

$$17.x + 20.(140 - x) = 2560 \Rightarrow 3x = 240$$

$$\Rightarrow x = 80$$

---

15.

Ahmet'in parası =  $x$  olsun.

$$\left( \frac{x}{3} \cdot 40.6 + \frac{2x}{3} \cdot 60.6 \right) - \left( \frac{x}{3} \cdot 60.6 + \frac{2x}{3} \cdot 40.6 \right) = 100000$$

$$80x + 240x - 120x - 160x = 1200.100000$$

$$40x = 1200.100000$$

$$x = 3000000$$

---

16.

$$M - N = \{b, \{1, 2\}, \Delta\}$$

$$s(M - N) = 3$$

$$M - N \text{ fark kümesinin 2 elemanlı alt kümelerinin sayısı} = \binom{3}{2} = 3$$

$$\{b, \{1, 2\}\}$$

$$\{b, \Delta\}$$

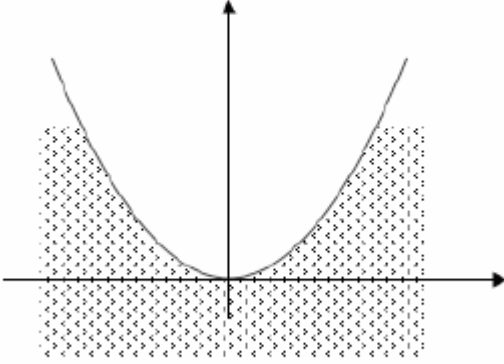
$$\{\Delta, \{1, 2\}\}$$

17.

$$A = \{(x, y) \mid y \leq x^2; x, y \in \mathbb{R}\}$$

$y = x^2$  parabolü çizilir.

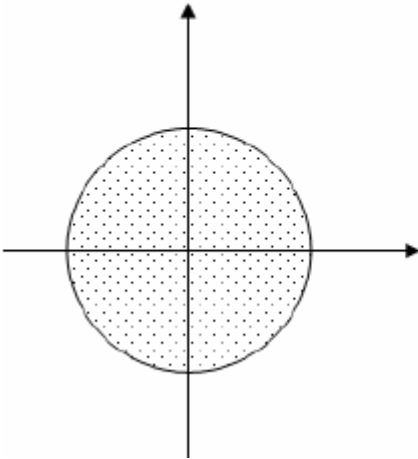
$y \leq x^2$  ise parabol ve dış bölgesi olduğuna göre,



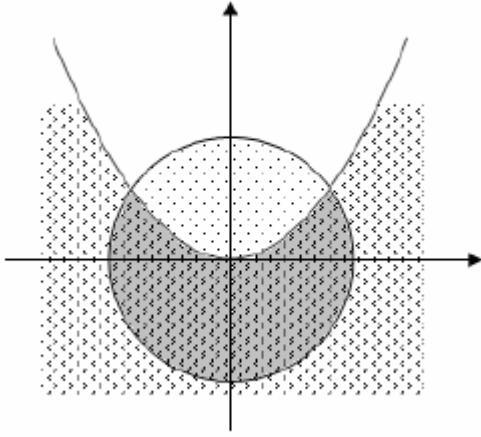
$$B = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 - 4 < 0; x, y \in \mathbb{R}\}$$

$$x^2 + y^2 - 4 \leq 0 \Rightarrow x^2 + y^2 \leq 4$$

Başlangıç noktası :  $O(0, 0)$ , yarıçapı : 2 birim olan çember ve iç bölgesi olduğuna göre,



Buna göre,  $A \cap B$  kümesi



elde edilir.

**18.**

$$(3 * 2) * 1 = ?$$

$$a * b = a^b - b \Rightarrow 3 * 2 = 3^2 - 2 \Rightarrow 3 * 2 = 7$$

$$(3 * 2) * 1 = 7 * 1$$

$$\Rightarrow 7 * 1 = 7^1 - 1 \Rightarrow 7 * 1 = 6 \text{ bulunur.}$$

**19.**

I. Yol

$$16 \equiv 2 \pmod{7}$$

$$16^{1991} \equiv x \pmod{7} \Rightarrow 2^{1991} \equiv x \pmod{7}$$

$$2^1 \equiv 2 \pmod{7}$$

$$2^2 \equiv 4 \pmod{7}$$

$$2^3 \equiv 1 \pmod{7}$$

$$1991 = 3 \times 663 + 2 \Rightarrow 2^{1991} \equiv x \pmod{7}$$

$$\Rightarrow (2^3)^{663} \cdot 2^2 = 1 \cdot 4 \equiv 4 \pmod{7}$$

II. Yol

$$16^1 \equiv 2 \pmod{7}$$

$$16^2 \equiv 2 \pmod{7}$$

$$16^3 \equiv 4 \pmod{7}$$

$$16^4 \equiv 1 \pmod{7}$$

$$1991 = 4 \times 497 + 3 \Rightarrow 16^{1991} \equiv x \pmod{7}$$

$$\Rightarrow (16^4)^{497} \cdot 16^3 = 1 \cdot 4 \equiv 4 \pmod{7}$$

20.

I. Yol

$$x \cdot \sqrt{0,4} = 1 \Rightarrow x \cdot \sqrt{\frac{4}{10}} = 1$$

$$\Rightarrow x \cdot \sqrt{\frac{2}{5}} = 1$$

$$\Rightarrow x \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = 1$$

$$\Rightarrow x \cdot \sqrt{2} = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{5}{2}} \text{ elde edilir.}$$

II. Yol

$$x \cdot \sqrt{0,4} = 1 \Rightarrow x \cdot \sqrt{\frac{4}{10}} = 1$$

$$\Rightarrow x \cdot \sqrt{\frac{2}{5}} = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{\frac{2}{5}}}$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{\frac{2}{5}}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{5}{2}} \text{ elde edilir.}$$

21.

$$\sqrt{x+\sqrt{x}}+\sqrt{x-\sqrt{x}}=2$$

Eşitliğin her iki tarafının karesi alınırsa,

$$\left(\sqrt{x+\sqrt{x}}+\sqrt{x-\sqrt{x}}\right)^2=2^2$$

$$\left(\sqrt{x+\sqrt{x}}\right)^2+2\left(\sqrt{x+\sqrt{x}}\right)\left(\sqrt{x-\sqrt{x}}\right)+\left(\sqrt{x-\sqrt{x}}\right)^2=4$$

$$x+\sqrt{x}+2\sqrt{(x+\sqrt{x})(x-\sqrt{x})}+x-\sqrt{x}=4$$

$$2x+2\sqrt{x^2-x}=4$$

$$x+\sqrt{x^2-x}=2$$

$$\sqrt{x^2-x}=2-x$$

Eşitliğin her iki tarafının karesi alınırsa,

$$\left(\sqrt{x^2-x}\right)^2=(2-x)^2 \Rightarrow x^2-x=4-4x+x^2$$

$$\Rightarrow 3x=4$$

$$\Rightarrow x=\frac{4}{3} \text{ bulunur.}$$

22.

$e = 2,71$  olduğuna göre,

$$f(x) = \lceil |x| \rceil - \lfloor \lceil x \rceil \rfloor \Rightarrow f(-e) = \lceil |-e| \rceil - \lfloor \lceil -e \rceil \rfloor$$

$$\Rightarrow f(-e) = \lceil |-2,71| \rceil - \lfloor \lceil -2,71 \rceil \rfloor$$

$$\Rightarrow f(-e) = \lceil 2,71 \rceil - \lfloor -3 \rfloor$$

$$\Rightarrow f(-e) = 2 - 3$$

$$\Rightarrow f(-e) = -1$$

Not : Tam değer fonksiyonu  $\Rightarrow \lfloor x \rfloor = a \Rightarrow a \leq x < a + 1$



23.

$$f(x) = x.f(x+1)$$

$$x = 3 \text{ için : } f(3) = 3.f(3+1) \Rightarrow f(3) = 3.f(4)$$

$$f(4) = \frac{4}{3} \text{ olduğuna göre, } f(3) = 3 \cdot \frac{4}{3} \Rightarrow f(3) = 4$$

$$x = 2 \text{ için : } f(2) = 2.f(2+1) \Rightarrow f(2) = 2.f(3)$$

$$f(3) = 4 \text{ olduğuna göre, } f(2) = 2 \cdot 4 \Rightarrow f(2) = 8 \text{ elde edilir.}$$

---

24.

$$\log_9 25 = \log_{3^2} 5^2 = \frac{2}{2} \cdot \log_3 5 = \log_3 5$$

$$\log_9 25 = \log_3 5$$

$$\log_3 5 = a \text{ olduğuna göre, } \log_9 25 = \log_3 5 = a \text{ bulunur.}$$

---

25.

$$(1+i).(1+i^3).(1+i^5).(1+i^7) = (1+i).(1+i^2.j).(1+i^4.j).(1+i^6.j)$$

$$= (1+i).(1+i^2.j).(1+(i^2)^2.j).(1+(i^2)^3.j)$$

$$i^2 = -1 \text{ olduğuna göre,}$$

$$= (1+i).(1+(-1).j).(1+(-1)^2.j).(1+(-1)^3.j)$$

$$= (1+i).(1-i).(1+i).(1-i)$$

$$= (1^2 - i^2).(1^2 - i^2)$$

$$= (1 - i^2).(1 - i^2)$$

$$= (1 - i^2)^2$$

$$= (1 - (-1))^2$$

$$= 2^2$$

$$= 4$$

---

26.

$$A(4 + 6i) \quad B(-2 - i) \quad C(4 + 5i)$$

$$A(4, 6) \quad B(-2, -1) \quad C(4, 5)$$

$$[BC] \text{ nin orta noktası } D = \left( \frac{-2+4}{2}, \frac{-1+5}{2} \right) \Rightarrow D = (1, 2)$$

$A(4, 6)$  ve  $D(1, 2)$  ise

$$|AD| = \sqrt{(4-1)^2 + (6-2)^2} \Rightarrow |AD| = \sqrt{9+16}$$

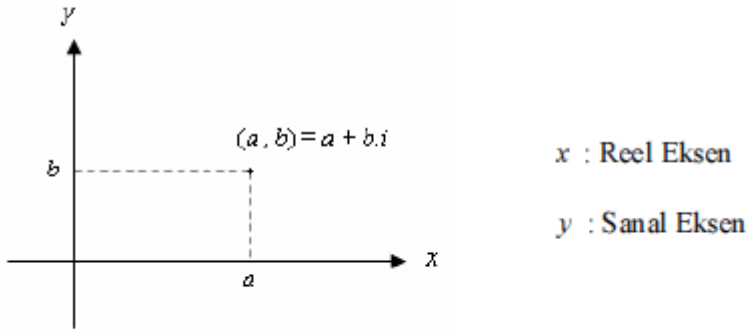
$$\Rightarrow |AD| = 5$$

Not : Karmaşık Düzlem

$z = a + bi$  karmaşık sayısı için

$\text{Re}(z) = a$  sayısını  $x$  ekseninde,  $\text{Im}(z) = b$  sayısını  $y$  ekseninde alarak oluşan

$(a, b)$  noktası,  $a + bi$  karmaşık sayısını gösterir.



Böylece karmaşık sayılarla bire – bir eşlenmiş düzleme karmaşık düzlem denir.

27.

$$f(x) = \sqrt{\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}} \Rightarrow f(x) = \sqrt{\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x}}$$

$$\Rightarrow f(x) = \sqrt{\frac{x+1-x}{x.(x+1)}}$$

$$\Rightarrow f(x) = \sqrt{\frac{1}{x.(x+1)}}$$

$$\frac{1}{x.(x+1)} > 0 \text{ olmalıdır.}$$

$\frac{1}{x.(x+1)}$  fonksiyonu paydanın sıfır olduğu yerde tanımsızdır.

$$x.(x+1) = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$\Rightarrow x = -1$$

En geniş tanım aralığı =  $\mathbb{R} - [-1, 0]$  olur.

28.

I. Yol

Denkleminin gerçel köklerinin olmaması için  $\Delta < 0$  olmalıdır.

Ayrıca her  $t$  için yanıt değişmeyeceğinden  $t$  için uygun bir sayı seçilir.

$t = 1$  olsun.

$$(x+t)^2 + 2b.(x+t) + c = 0 \Rightarrow (x+1)^2 + 2b.(x+1) + c = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x + 1 + 2b.x + 2b + c = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 2(b+1).x + 2b + c + 1 = 0$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow (2(b+1))^2 - 4.1.(2b+c+1) < 0$$

$$\Rightarrow 4.(b^2 + 2b + 1) - 4.(2b + c + 1) < 0$$

$$\Rightarrow b^2 + 2b + 1 - 2b - c - 1 < 0$$

$$\Rightarrow b^2 - c < 0$$

$$\Rightarrow b^2 < c \text{ elde edilir.}$$

## II. Yol

$$(x+t)^2 + 2b.(x+t) + c = 0 \Rightarrow x+t = u \text{ olsun.}$$

$u^2 + 2bu + c = 0$  denkleminin köklerinin gerçel olmaması için  $\Delta < 0$  olmalıdır.

$$\Delta < 0 \Rightarrow (2b)^2 - 4.1.c < 0$$

$$\Rightarrow 4b^2 - 4.c < 0$$

$$\Rightarrow b^2 - c < 0$$

$$\Rightarrow b^2 < c \text{ elde edilir.}$$

---

**29.**

$$P(x) = ax^2 + bx + c \text{ olsun.}$$

$$P(x-1) = a.(x-1)^2 + b.(x-1) + c \Rightarrow P(x-1) = ax^2 + (b-2a).x + a-b+c$$

$$P(x+1) = a.(x+1)^2 + b.(x+1) + c \Rightarrow P(x+1) = ax^2 + (b+2a).x + a+b+c$$

Eşitlik taraf tarafa toplanırsa,

$$P(x-1) + P(x+1) = 2a.x^2 + 2b.x + 2(a+c)$$

$$P(x-1) + P(x+1) = 4x^2 - 2x + 10 \text{ olduğuna göre,}$$

$$2a.x^2 + 2b.x + 2(a+c) = 4x^2 - 2x + 10 \Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow 2b = -2 \Rightarrow b = -1$$

$$\Rightarrow 2(a+c) = 10 \Rightarrow c = 3$$

$$P(x) = ax^2 + bx + c \Rightarrow P(x) = 2x^2 - x + 3 \text{ bulunur.}$$

---

**30.**

$$x^2 - 6x + y^2 = 7 \Rightarrow (x-3)^2 - 9 + y^2 = 7$$

$$\Rightarrow (x-3)^2 + (y-0)^2 = 16$$

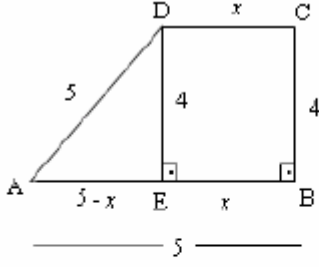
$$\Rightarrow (x-3)^2 + (y-0)^2 = 4^2$$

Buna göre, çemberin merkezi (3, 0) noktası ve yarıçapı 4 birim bulunur.

Çemberin çapının uzunluğu ise :  $2 \times 4 = 8$  birim olur.

---

31.

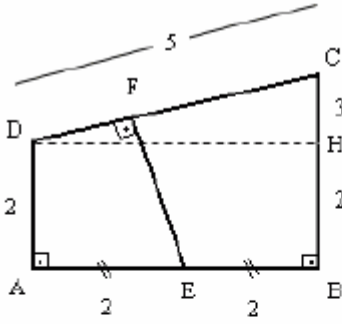


$$\text{çevre}(DEA) = \text{çevre}(DEBC)$$

$$5 + 4 + (5 - x) = x + 4 + x + 4 \Rightarrow 3x = 6$$

$$\Rightarrow x = 2$$

32.



DH çizilirse,

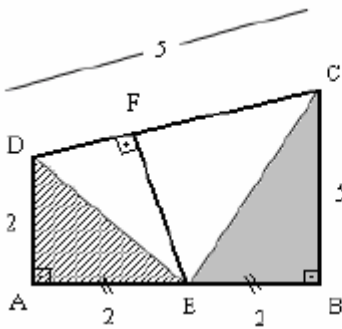
$$|CH| = 3$$

$$|AB| = |DH| = 4$$

CHD dik üçgeninde pisagor teoremine göre,

$$|CD|^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow |CD| = 5$$

DE ve CH çizilirse,

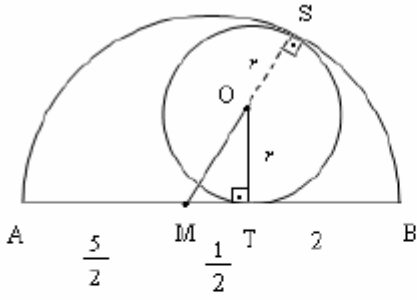


$$\text{Alan}(ABCD) = \text{Alan}(ADE) + \text{Alan}(DEC) + \text{Alan}(EBC)$$

$$\frac{(2+3) \cdot 4}{2} = \frac{2 \cdot 2}{2} + \frac{|EF| \cdot 5}{2} + \frac{5 \cdot 1}{2}$$

$$14 = 2 + \frac{|EF| \cdot 5}{2} + 5 \Rightarrow |EF| = \frac{14}{5} = 2,8 \text{ olur.}$$

33.



Yarıçap teğete değme noktasında dik olduğuna göre,

O merkezli çember  $[AB]$  ye T de,  $\widehat{AB}$  ye S de teğet olduğundan,

$MS \perp S$  ve  $OS \perp S \Rightarrow M, O, S$  noktaları aynı doğru üzerinde olur.

ve  $OT \perp AB$  olur.

$$|OT| = |OS| = r$$

$$|AB| = 5 \Rightarrow |MA| = |MB| = \frac{5}{2}$$

$$|MS| = \frac{5}{2} \Rightarrow |MO| = \frac{5}{2} - r$$

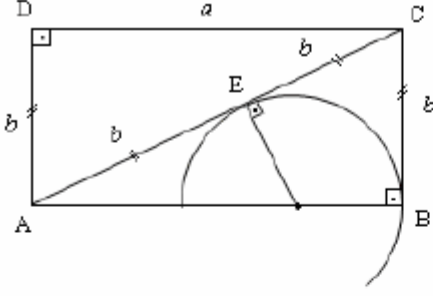
MTO dik üçgeninde pisagor teoremine göre,

$$\left(\frac{5}{2} - r\right)^2 = r^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{25}{4} - 5r + r^2 = r^2 + \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow r = \frac{6}{5}$$

$$\Rightarrow r = 1,2 \text{ elde edilir.}$$

34.



Bir çembere dışındaki bir noktadan çizilen teğet parçalarının uzunlukları eşit olduğuna göre,

ABCD dikdörtgeninde bir çember [BC] ye B de, [AC] ye E de teğet olduğundan,

$$|AD| = |AE| = |CE| = |CB| = b$$

ADC dik üçgeninde pisagor teoremine göre,

$$(2b)^2 = b^2 + a^2 \Rightarrow 3b^2 = a^2 \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \sqrt{3}$$

35.

$$\frac{\sin 3x}{\sin x} + \frac{\cos 3x}{\cos x} = 1 \Rightarrow \frac{\sin 3x}{\sin x} + \frac{\cos 3x}{\cos x} = 1$$
$$\Rightarrow \frac{\sin 3x \cdot \cos x + \cos 3x \cdot \sin x}{\sin x \cdot \cos x} = 1$$

İki açının toplamının trigonometrik değerinden,

$\sin(A + B) = \sin A \cdot \cos B + \cos A \cdot \sin B$  olduğuna göre,

$$\Rightarrow \frac{\sin(3x + x)}{\sin x \cdot \cos x} = 1$$
$$\Rightarrow \sin 4x = \sin x \cdot \cos x$$

Eşitliğin her iki tarafını 2 ile genişletelim.

$$\Rightarrow 2 \cdot \sin 4x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x$$

$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x$  olduğuna göre,

$$\Rightarrow 2 \cdot (2 \cdot \sin 2x \cdot \cos 2x) = \sin 2x$$
$$\Rightarrow 4 \cdot \cos 2x = 1$$
$$\Rightarrow \cos 2x = \frac{1}{4}$$

$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$  olduğuna göre,

$$\Rightarrow 2 \cos^2 x - 1 = \frac{1}{4}$$
$$\Rightarrow \cos^2 x = \frac{5}{8}$$

---

36.

I. Yol

ABC üçgeninde iç açıortay teoremine göre,

$$\frac{x}{1} = \frac{|AD|}{k} \Rightarrow |AD| = k \cdot x$$

ABC dik üçgeninde pisagor teoremine göre,

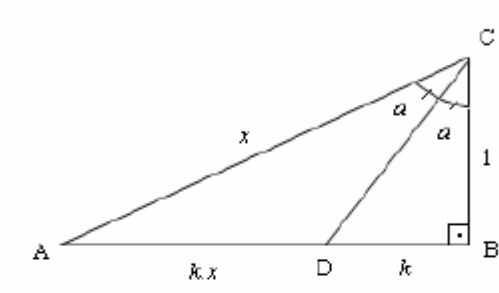
$$x^2 = (k \cdot x + k)^2 + 1^2 \Rightarrow (x - 1) \cdot (x + 1) = k^2 \cdot (x + 1)^2$$
$$\Rightarrow x - 1 = k^2 \cdot x + k^2$$
$$\Rightarrow x \cdot (1 - k^2) = k^2 + 1$$
$$\Rightarrow x = \frac{1 + k^2}{1 - k^2}$$



## II. Yol

ABC üçgeninde iç açıortay teoremine göre,

$$\frac{x}{1} = \frac{|AD|}{k} \Rightarrow |AD| = k.x$$



Yarım açı formüllerinden,  $\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$  ise

$$\frac{kx + k}{1} = \frac{2 \cdot \frac{k}{1}}{1 - \left(\frac{k}{1}\right)^2} \Rightarrow kx + k = \frac{2k}{1 - k^2}$$

$$\Rightarrow x + 1 = \frac{2}{1 - k^2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{2}{1 - k^2} - 1$$

$$\Rightarrow x = \frac{2 - 1 + k^2}{1 - k^2}$$

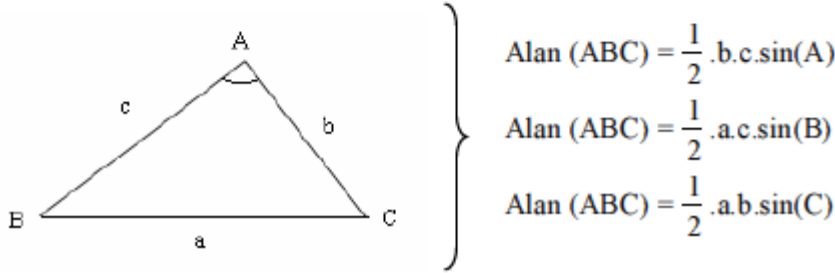
$$\Rightarrow x = \frac{1 + k^2}{1 - k^2}$$

37.

Taban uzunlukları ve yükseklikleri eşit olan üçgenlerin alanları eşit olacağından,

$$\begin{aligned} |BD| = |DC| &\Rightarrow \text{alan}(ABD) = \text{alan}(ADC) \\ &\Rightarrow \frac{1}{2} |AB| |AD| \sin 45 = \frac{1}{2} |AD| |AC| \sin \theta \\ &\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 2 |AD| \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2} |AD| \cdot 2\sqrt{2} \sin \theta \\ &\Rightarrow \sin \theta = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

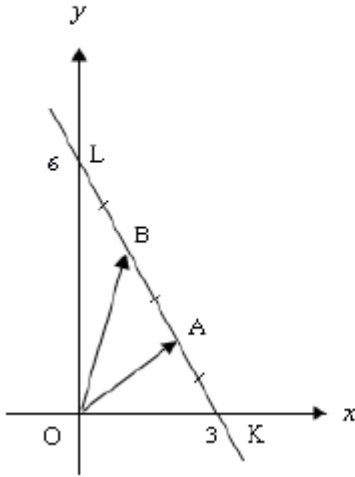
Not : İki kenarı ve aradaki açısı verilen üçgenin alanı



38.

$$2x + y = 6 \Rightarrow x = 0 \text{ için } : y = 6 \rightarrow L(0, 6)$$

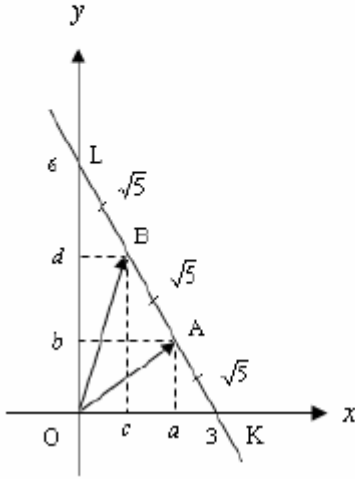
$$y = 0 \text{ için } : x = 3 \rightarrow K(3, 0)$$



KOL dik üçgeninde pisagor teoremine göre,

$$|LK|^2 = 6^2 + 3^2 \Rightarrow |LK| = 3\sqrt{5}$$

$$|KA| = |AB| = |BL| = \sqrt{5}$$



$A(a, b)$  ve  $B(c, d)$  ise benzerlikten,

$$\frac{6-d}{6} = \frac{\sqrt{5}}{3\sqrt{5}} \Rightarrow d = 4$$

$$\frac{6-b}{6} = \frac{2\sqrt{5}}{3\sqrt{5}} \Rightarrow b = 2$$

$$\frac{3-a}{3} = \frac{\sqrt{5}}{3\sqrt{5}} \Rightarrow a = 2$$

$$\frac{3-c}{3} = \frac{2\sqrt{5}}{3\sqrt{5}} \Rightarrow c = 1$$

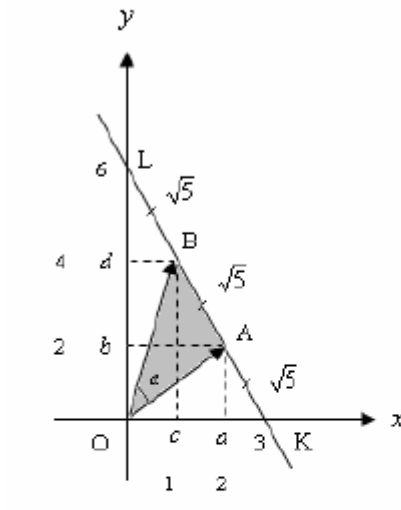
$$O(0, 0) \text{ ve } A(2, 2) \Rightarrow \vec{OA} = (2-0, 2-0) \Rightarrow \vec{OA} = (2, 2)$$

$$O(0, 0) \text{ ve } B(1, 4) \Rightarrow \vec{OB} = (1-0, 4-0) \Rightarrow \vec{OB} = (1, 4)$$

Buna göre,

$$\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 2 \cdot 1 + 2 \cdot 4 = 10 \text{ elde edilir.}$$

veya



$$|OA|^2 = 2^2 + 2^2 \Rightarrow |OA| = 2\sqrt{2}$$

$$|OB|^2 = 4^2 + 1^2 \Rightarrow |OB| = \sqrt{17}$$

$\vec{OA}$  ve  $\vec{OB}$  vektörleri arasındaki açı  $\alpha$  olsun.

$$\vec{OA} \cdot \vec{OB} = |OA| \cdot |OB| \cdot \cos \alpha$$

Kosinüs teoremine göre,

$$(\sqrt{5})^2 = (\sqrt{17})^2 + (2\sqrt{2})^2 - 2 \cdot \sqrt{17} \cdot 2\sqrt{2} \cdot \cos \alpha$$

$$5 = 17 + 8 - 2 \cdot \sqrt{17} \cdot 2\sqrt{2} \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{34}}$$

$$\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{17} \cdot \frac{5}{\sqrt{34}}$$

$$\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 10 \text{ olur.}$$

Not :  $\vec{A} = (x_1, y_1)$  ,  $\vec{B} = (x_2, y_2)$  vektörleri için  $\overrightarrow{AB}$  vektörünü bulmak için, bitim noktasının koordinatlarından başlangıç noktasının koordinatları çıkarılır.

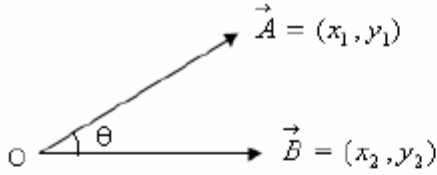
Buna göre,  $\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$  olur.

Not : Vektörlerin skaler (iç) çarpımı

Öklid iç çarpımı denilen bu iç çarpım  $\vec{A} = (x_1, y_1)$  ,  $\vec{B} = (x_2, y_2)$  vektörleri için  $\vec{A} \cdot \vec{B} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$  biçiminde tanımlanır.

Sonuç bir skaler (sayı) çıktığından bu çarpıma skaler çarpım da denir.

Not : İç (skaler) Çarpım



Sıfırdan farklı  $\vec{A} = (x_1, y_1)$  ,  $\vec{B} = (x_2, y_2)$  vektörleri arasındaki açı  $\theta$  ise

$|\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos\theta$  gerçel sayısına  $\vec{A}$  ve  $\vec{B}$  vektörlerinin iç (skaler) çarpımı denir ve

$\vec{A} \cdot \vec{B}$  ya da  $\langle \vec{A}, \vec{B} \rangle$  biçiminde gösterilir.

$$\Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos\theta$$

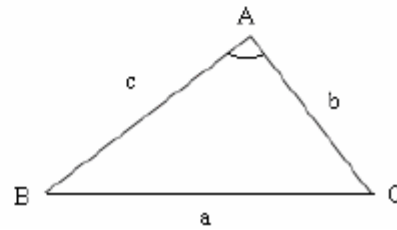
Not : Kosinüs teoremi

Bir ABC üçgeninde,

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos(A)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos(B)$$

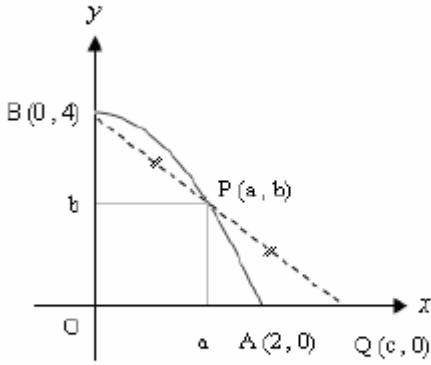
$$c^2 = b^2 + a^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(C)$$



39.

$$y = 4 - x^2 \Rightarrow x = 0 \text{ için } : y = 4 \rightarrow B(0, 4)$$

$$y = 0 \text{ için } : x = 2 \rightarrow A(2, 0)$$



$$P(a, b) = P(a, 4 - a^2)$$

$Q(c, 0)$  olsun.

$|BP| = |PQ|$  olduğuna göre, P noktası orta noktadır.

$$a = \frac{c+0}{2} \Rightarrow c = 2a$$

$$4 - a^2 = \frac{4+0}{2} \Rightarrow a = \sqrt{2} \text{ bulunur.}$$

$$P(\sqrt{2}, 2)$$

$$Q(2\sqrt{2}, 0)$$

$B(0, 4)$  olduğuna göre, iki noktası bilinen doğrunun eğiminden,

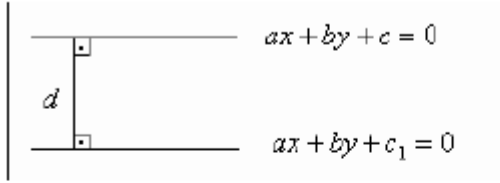
$$BQ \text{ doğrusunun eğimi} = \frac{4-0}{0-2\sqrt{2}} = \frac{-2}{\sqrt{2}} = -\sqrt{2} \text{ elde edilir.}$$

Not : İki noktası bilinen doğrunun eğimi

$$A(x_1, y_1) \text{ ve } B(x_2, y_2) \Rightarrow m_{AB} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

40.

I. Yol



Paralel iki doğru arası uzaklık :  $d = \frac{|c - c_1|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$  olduğuna göre,

$$x - 2y = 0$$

$$x - 2y + 5 = 0$$

$$d = \frac{|0 - 5|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} \Rightarrow d = \frac{5}{\sqrt{5}} \Rightarrow d = \sqrt{5} \text{ elde edilir.}$$

II. Yol

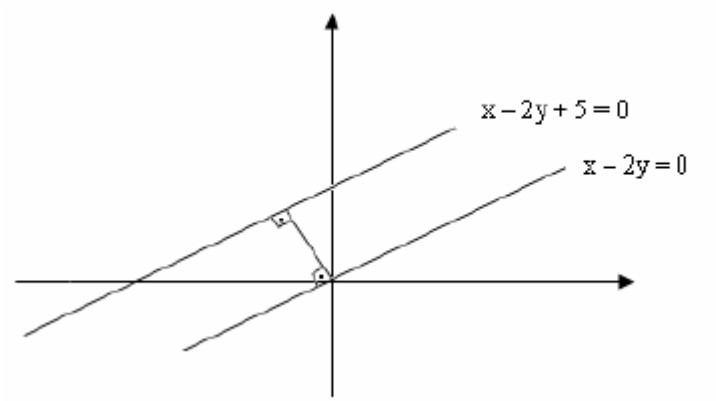
Paralel doğrulardan birine ait bir noktanın diğer doğruya olan uzaklığına göre,

$x - 2y = 0$  doğrusu üzerinden bir nokta seçilirse,

$x = 0$  için :  $y = 0 \Rightarrow (0, 0)$  noktasının  $x - 2y + 5 = 0$  doğrusuna uzaklığı,

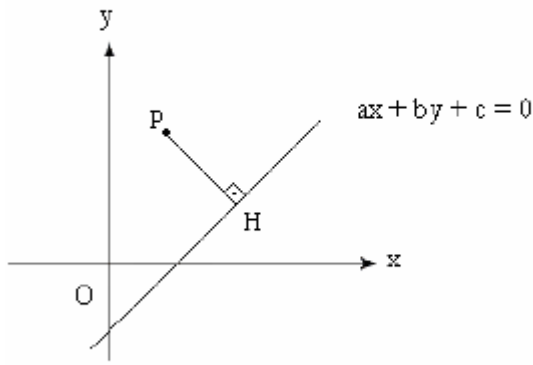
bir noktanın bir doğruya uzaklığından,

$$d = \frac{|0 - 0 + 5|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} \Rightarrow d = \frac{5}{\sqrt{5}} \Rightarrow d = \sqrt{5} \text{ bulunur.}$$



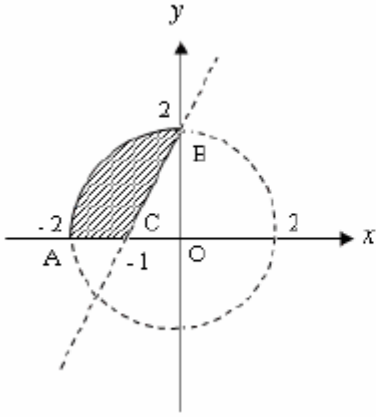
Not : Bir noktanın bir doğruya uzaklığı

$P(x_1, y_1)$  noktasının  $ax + by + c = 0$  doğrusuna uzaklığı,



$$\Rightarrow |PH| = d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ dir.}$$

41.



Taralı kısmın bulunduğu bölgedeki dörtte bir çemberin denklemi :

Merkezi  $O(0, 0)$  ve yarıçapı 2 olduğundan ve taralı alan II. bölgede bulunduğundan,

$$x^2 + y^2 = 2^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = 4 \Rightarrow y = \sqrt{4 - x^2}$$

$$\Rightarrow x = -\sqrt{4 - y^2}$$

$B(0, 2)$  ve  $C(-1, 0)$  noktalarının oluşturduğu doğru denklemi :



$$\frac{y-2}{2-0} = \frac{x-0}{0-(-1)} \Rightarrow y = 2x + 2$$

$$\Rightarrow x = \frac{y-2}{2}$$

Taralı alan  $y$  fonksiyonuna göre yazılırsa, yukarıdakinden aşağıdaki çıkarılır.

$$\text{Taralı alan} = \int_{-2}^0 \sqrt{4-x^2} dx - \int_{-1}^0 (2x+2) dx$$

Taralı alan  $x$  fonksiyonuna göre yazılırsa, sağdakinden soldaki fonksiyon çıkarılır.

$$\begin{aligned} \text{Taralı alan} &= \int_0^2 \left[ \left( \frac{y-2}{2} \right) - (-\sqrt{4-y^2}) \right] dy \\ &= \int_0^2 \left[ \left( \frac{y-2}{2} \right) + \sqrt{4-y^2} \right] dy \text{ elde edilir.} \end{aligned}$$

**42.**

Değişken değiştirme yöntemine göre,

$$x^2 - 3x + 2 = u \Rightarrow (2x-3) dx = du$$

$$\Rightarrow dx = \frac{du}{2x-3}$$

$$\text{integralin alt sınırı : } x = 0 \text{ için : } 0^2 - 3 \cdot 0 + 2 = u \Rightarrow u = 2$$

$$\text{integralin üst sınırı : } x = 1 \text{ için : } 1^2 - 3 \cdot 1 + 2 = u \Rightarrow u = 0$$

$$\int_0^1 (2x-3)(x^2-3x+2)^4 dx = \int_2^0 (2x-3)(u)^4 \frac{du}{(2x-3)}$$

$$= \int_2^0 u^4 du$$

$$= \frac{u^{4+1}}{4+1} \Big|_2^0 = \frac{u^5}{5} \Big|_2^0 = \frac{0^5}{5} - \frac{2^5}{5} = -\frac{32}{5} \text{ bulunur.}$$

43.

$x^2 = u$  olsun.

integralin alt sınırı :  $x = 0$  için :  $0^2 = u \Rightarrow u = 0$

integralin üst sınırı :  $x = 1$  için :  $1^2 = u \Rightarrow u = 1$

$$\int_0^1 \frac{d(x^2)}{x^2 + 1} = \int_0^1 \frac{du}{u + 1}$$

$$= \ln|u + 1| \Big|_0^1$$

$$= \ln|1 + 1| - \ln|0 + 1|$$

$$= \ln 2 - \ln 1$$

$$= \ln 2$$

---

44.

I. Yol

$$f(x) = (x-1)^2 \cdot (2x-t) \Rightarrow f'(x) = 2 \cdot (x-1) \cdot (2x-t) + 2 \cdot (x-1)^2$$

$$\Rightarrow f''(x) = 2 \cdot [(2x-t) + 2 \cdot (x-1)] + 2 \cdot 2 \cdot (x-1)$$

$$\Rightarrow f''(x) = 2 \cdot (2x-t) + 8 \cdot (x-1)$$

$f''(0) = 0$  olduğuna göre,

$$\Rightarrow f''(0) = 2 \cdot (2 \cdot 0 - t) + 8 \cdot (0 - 1)$$

$$\Rightarrow 0 = -2 \cdot t - 8$$

$$\Rightarrow t = -4$$

## II. Yol

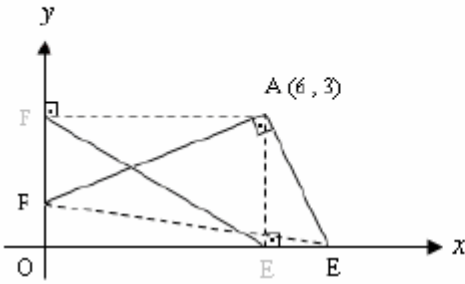
$$\begin{aligned}f(x) &= (x-1)^2 \cdot (2x-t) \Rightarrow f(x) = (x^2 - 2x + 1) \cdot (2x-t) \\&\Rightarrow f(x) = 2x^3 - 4x^2 + 2x - t \cdot x^2 + 2tx - t \\&\Rightarrow f(x) = 2x^3 - (4+t)x^2 + (2+2t)x - t \\&\Rightarrow f'(x) = 6x^2 - 2(4+t)x + (2+2t) \\&\Rightarrow f''(x) = 12x - 2(4+t)\end{aligned}$$

$f''(0) = 0$  olduğuna göre,

$$\begin{aligned}\Rightarrow f''(0) &= 12 \cdot 0 - 2(4+t) \\&\Rightarrow 0 = 2(4+t) \\&\Rightarrow t = -4\end{aligned}$$

45.

## I. Yol



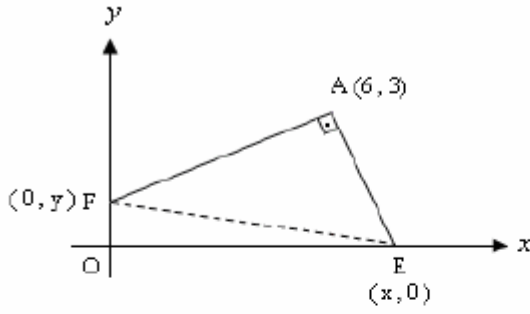
EF en küçük değerini, AE ile AF en küçük değerini aldığı anda olur.

$$AF \perp Oy \Rightarrow |AF| = 6$$

$$AE \perp Ox \Rightarrow |AE| = 3$$

$$|AF| = 6 \text{ ve } |AE| = 3 \text{ ise pisagor bağıntısına göre, } |EF|^2 = 6^2 + 3^2 \Rightarrow |EF| = 3\sqrt{5}$$

## II. Yol



FOE dik üçgeninde pisagor bağıntısına göre,

$$|EF|^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow |EF| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$A(6, 3) \text{ ve } E(x, 0) \text{ ise eğim : } m_{AE} = \frac{3-0}{6-x} \Rightarrow m_{AE} = \frac{3}{6-x}$$

$$A(6, 3) \text{ ve } F(0, y) \text{ ise eğim : } m_{AF} = \frac{3-y}{6-0} \Rightarrow m_{AF} = \frac{3-y}{6}$$

$AE \perp AF \Rightarrow m_{AE} m_{AF} = -1$  olduğuna göre,

$$\frac{3}{6-x} \cdot \frac{3-y}{6} = -1 \Rightarrow \frac{3-y}{12-2x} = -1 \Rightarrow y = -2x + 15$$

$|EF|$  nin en küçük değeri alması için :  $(|EF|)' = 0$  olmalıdır.

$$|EF| = \sqrt{x^2 + y^2} \Rightarrow |EF| = \sqrt{x^2 + (-2x + 15)^2}$$

$$(|EF|)' = 0 \Rightarrow (|EF|)' = \left( \sqrt{x^2 + (-2x + 15)^2} \right)' = 0$$

$$\frac{2x + 2(-2x + 15)(-2)}{2 \cdot \sqrt{x^2 + (-2x + 15)^2}} = 0$$

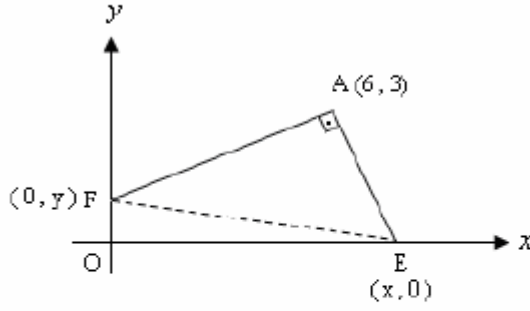
$$x + 4x - 30 = 0 \Rightarrow x = 6$$

$y = -2x + 15$  olduğuna göre,  $y = -2 \cdot 6 + 15 \Rightarrow y = 3$  bulunur.

$$|EF| = \sqrt{x^2 + y^2} \text{ olduğuna göre, } |EF| = \sqrt{6^2 + 3^2}$$

$$|EF| = \sqrt{45} \Rightarrow |EF| = 3\sqrt{5} \text{ elde edilir.}$$

### III. Yol



İki nokta arası uzaklığa göre,

$$|AF|^2 = (0 - 6)^2 + (y - 3)^2$$

$$|AE|^2 = (x - 6)^2 + (0 - 3)^2$$

EAF dik üçgeninde pisagor bağıntısına göre,

$$|EF|^2 = |AF|^2 + |AE|^2$$

$$|EF|^2 = [(0 - 6)^2 + (y - 3)^2] + [(x - 6)^2 + (0 - 3)^2]$$

$$|EF|^2 = 36 + (y - 3)^2 + (x - 6)^2 + 9$$

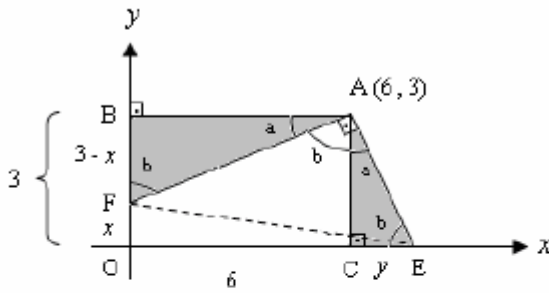
$$|EF|^2 = (y - 3)^2 + (x - 6)^2 + 45$$

$|EF|$  nin en küçük değeri için, tam kareli terimler sıfıra eşit olacağına göre,

$x = 6$  ve  $y = 3$  olur.

Buna göre,  $|EF|^2 = 0 + 0 + 45 \Rightarrow |EF|^2 = 45 \Rightarrow |EF| = 3\sqrt{5}$  bulunur.

### IV. Yol



$$a + b = 90 \Rightarrow \tan a = \frac{3-x}{6} = \frac{y}{3}$$

$$\Rightarrow x = 3 - 2y \text{ elde edilir.}$$

FOE dik üçgeninde pisagor bağıntısına göre,

$$|EF|^2 = x^2 + (6 + y)^2 \Rightarrow |EF| = \sqrt{x^2 + (6 + y)^2}$$

$|EF|$  nin en küçük değeri alması için :  $(|EF|)' = 0$  olmalıdır.

$$|EF| = \sqrt{x^2 + (6+y)^2} \Rightarrow |EF| = \sqrt{(3-2y)^2 + (6+y)^2}$$

$$(|EF|)' = 0 \Rightarrow (|EF|)' = \left( \sqrt{(3-2y)^2 + (6+y)^2} \right)' = 0$$

$$\frac{(-2) \cdot 2 \cdot (3-2y) + 2 \cdot (y+6)}{2 \cdot \sqrt{(3-2y)^2 + (y+6)^2}} = 0$$

$$5y - 6 + 6 = 0 \Rightarrow y = 0$$

$x = 3 - 2y$  olduğuna göre,  $x = 3 - 2 \cdot 0 \Rightarrow x = 3$  bulunur.

$$|EF| = \sqrt{x^2 + (6+y)^2} \text{ olduğuna göre, } |EF| = \sqrt{3^2 + (6+0)^2}$$

$$|EF| = \sqrt{45}$$

$$|EF| = 3\sqrt{5} \text{ elde edilir.}$$

---

46.

$$[1 \ 2 \ a \ 5] \begin{bmatrix} a \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} = [0] \Rightarrow [1 \cdot a + 2 \cdot 2 + a \cdot 3 + 5 \cdot 4] = [0]$$

$$\Rightarrow 4a + 24 = 0$$

$$\Rightarrow a = -6$$

---

47.

$$a_1 = \frac{3}{2}$$

$$a_2 = 3$$

$$a_6 = ?$$

$$a_2 = a_1 \cdot r$$

$$\text{Geometrik dizinin ortak çarpanı : } r = \frac{a_2}{a_1} \Rightarrow r = \frac{3}{\frac{3}{2}} \Rightarrow r = 2$$

$$a_6 = a_1 \cdot r^5 \Rightarrow a_6 = \frac{3}{2} \cdot 2^5 \Rightarrow a_6 = 48 \text{ elde edilir.}$$

veya

$$a_3 = a_2 \cdot r \Rightarrow a_3 = 3 \cdot 2 \Rightarrow a_3 = 6$$

$$a_4 = a_3 \cdot r \Rightarrow a_4 = 6 \cdot 2 \Rightarrow a_4 = 12$$

$$a_5 = a_4 \cdot r \Rightarrow a_5 = 12 \cdot 2 \Rightarrow a_5 = 24$$

$$a_6 = a_5 \cdot r \Rightarrow a_6 = 24 \cdot 2 \Rightarrow a_6 = 48 \text{ elde edilir.}$$

---

48.

$$C(n,2) + C(n,3) = 4C(n,1)$$

$$\frac{n!}{(n-2)! \cdot 2!} + \frac{n!}{(n-3)! \cdot 3!} = 4 \cdot \frac{n!}{(n-1)! \cdot 1!}$$

$$\frac{n \cdot (n-1)}{2} + \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)}{3 \cdot 2} = 4 \cdot n$$

$$\frac{3n \cdot (n-1) + n \cdot (n-1) \cdot (n-2)}{6} = 4n$$

$$n \cdot (n-1) \cdot [3 + (n-2)] = 24n$$

$$(n-1) \cdot (n+1) = 24$$

$$n^2 - 1 = 24$$

$$n^2 = 25$$

$$n = 5$$

---

49.

$$\begin{aligned}\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{3^{2k}} &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{9^k} = \frac{1}{9^0} + \frac{1}{9^1} + \frac{1}{9^2} + \frac{1}{9^3} + \dots \\ &= 1 + \frac{1}{9^1} + \frac{1}{9^2} + \frac{1}{9^3} + \dots \\ &= \frac{1}{1 - \frac{1}{9}} \\ &= \frac{1}{\frac{8}{9}} \\ &= \frac{9}{8}\end{aligned}$$

50.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{\sqrt{x^2 - 1}} = \frac{\ln 1}{\sqrt{1^2 - 1}} = \frac{0}{0} \text{ belirsizliđi vardır.}$$

L'Hospital kuralı uygulanırsa,

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\ln x)'}{(\sqrt{x^2 - 1})'} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{2x}{2\sqrt{x^2 - 1}}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{x} \cdot \frac{2\sqrt{x^2 - 1}}{2x} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x^2} \\ &= \frac{\sqrt{1^2 - 1}}{1^2} \\ &= \frac{0}{1} \\ &= 0\end{aligned}$$

Not : L' Hospital Kuralı

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} \text{ limitinde } \frac{0}{0} \text{ veya } \frac{\infty}{\infty} \text{ belirsizliđi varsa, } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)} \text{ olur.}$$



51.

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sin x + \cos x}{\frac{\pi}{3} - x} &= \frac{\sin \frac{\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{6}}{\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}} \\ &= \frac{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\pi}{6}} \\ &= \frac{1 + \sqrt{3}}{\frac{\pi}{6}} \\ &= \frac{3}{\pi}(1 + \sqrt{3})\end{aligned}$$

---

52.

$$\begin{aligned}\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{C(n,1)C(n,4)}{C(n,2)C(n,3)} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \cdot \frac{n!}{(n-4)!4!}}{\frac{n!}{(n-2)!2!} \cdot \frac{n!}{(n-3)!3!}} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \cdot \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}}{\frac{n(n-1)}{2 \cdot 1} \cdot \frac{n(n-1)(n-2)}{3 \cdot 2 \cdot 1}} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-3)}{\frac{2}{(n-1)}} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-3}{2n-2} \\ &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$