

1990 ÖYS SINAVI MATEMATİK SORULARI ve ÇÖZÜMLERİ
24 Haziran 1990

1. $\frac{1}{7}$ si 13 olan sayının $\frac{4}{7}$ si kaçtır?
A) 91 B) 84 C) 72 D) 60 E) 52

2. Ağırlıkça %20 si şeker olan 10 kg lık un-şeker karışımına 8 kg daha un eklendiğine göre, yeni karışımın $\frac{\text{şeker (kg)}}{\text{un (kg)}}$ oranı kaçtır?
A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{9}$

3. 100 ve 500 liralıktan oluşan 30 tane maddenin paranın tutarı 12 200 liradır. Bu paralardan 500 liralıkların sayısı kaçtır?
A) 25 B) 24 C) 23 D) 21 E) 18

4. Bir paranın $\frac{1}{4}$ ü harcanıyor. Geriye kalan paranın $\frac{1}{4}$ ü 300 lira ise başlangıçtaki para kaç liradır?
A) 1200 B) 1400 C) 1600
D) 1800 E) 2000

5. Ali'nin jetonların sayısı Mehmet'inin üç katıdır. Ali, Mehmet'e 10 jeton verince ikisinin eşit sayıda jetonu oluyor. Başlangıçta Mehmet'in kaç jetonu vardır?
A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

6. Bir babanın yaşı, iki çocuğunun yaşları toplamından 33 büyüktür. 3 yıl sonra babanın yaşı, çocuklarının yaşları toplamının 2 katı olacağına göre baba bugün kaç yaşındadır?
A) 52 B) 54 C) 55 D) 56 E) 57

7. Bir ailede iki çocuğun yaşları m ile n, baba ve annenin yaşları ise sırasıyla ikişer basamaklı mn ile nm sayılarıdır. Babanın yaşı annenin yaşından çocukların yaşları toplamı kadar büyük olduğuna göre, babanın yaşı (mn) kaçtır?
A) 65 B) 63 C) 56 D) 54 E) 45

8. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = 2$ ise $\frac{a \cdot c \cdot f}{b \cdot d \cdot e}$ kaçtır?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

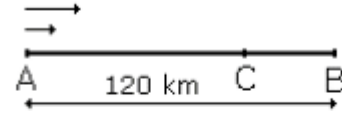
9. $\frac{0,25}{2,5} + \frac{1,01}{0,1} + \frac{15}{0,02}$ işleminin sonucu kaçtır?
A) 77,1 B) 95,1 C) 186 D) 760,2 E) 861

10. $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{a}}}$ zincir kesrinin kısaltılmış biçimi aşağıdakilerden hangisidir?
A) 1+a B) 1-a C) -a D) a E) a-1

11. $\sqrt{4+2\sqrt{3}} - \sqrt{4-2\sqrt{3}}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $2 - \sqrt{2}$ B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) 1 E) 2

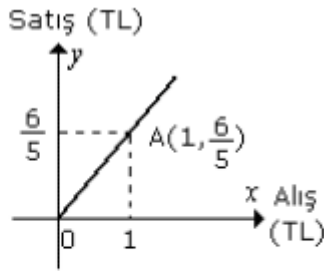
- 12.



ACB yolu 120 km dir. Hızları saatte v ve $2v$ km olan iki araba A dan aynı anda hareket ediyor. Arabalardan biri B ye gidip hiç durmadan dönerek C ye vardığı anda, öbür araba A dan C ye ulaşıyor. Buna göre, AC yolu kaç km dir?

A) 60 B) 72 C) 80 D) 85 E) 90

13. Yandaki doğrusal grafik bir malın maliyeti ile satış fiyatı arasındaki bağıntıyı göstermektedir.

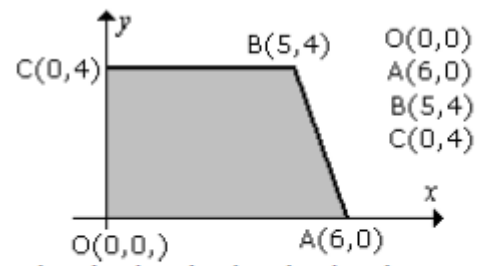


$A(1, \frac{6}{5})$ noktası

bu doğru üzerinde olduğuna göre, 18 000 TL-ye satılan bir maldan kaç TL kar edilir?

A) 1000 B) 1500 C) 2000
D) 3000 E) 3600

- 14.

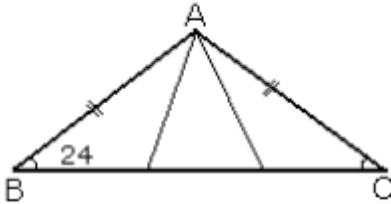


O(0,0) A(6,0) B(5,4) C(0,4)

Yukarıdaki şekilde, dik koordinat sisteminde O, A, B, C noktaları verilmiştir. Bu bilgilere göre OABC dörtgeninin alanı kaç birim karedir?

A) 20 B) 22 C) 24 D) 26 E) 28

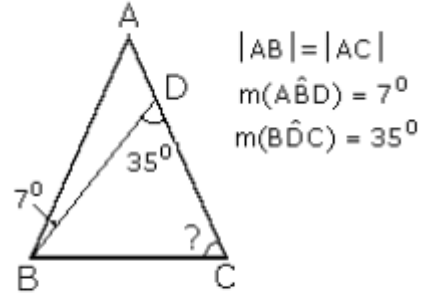
- 15.



Taban açıları 24° olan ikizkenar bir ABC üçgeninde tepe açısını üç eş parçaya bölen ışınlar arasındaki açı kaç derecedir?

A) 36 B) 38 C) 40 D) 42 E) 44

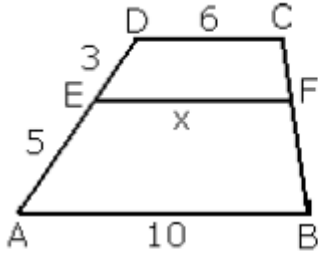
- 16.



Yukarıdaki ABC ikizkenar üçgeninde BCA taban açısının ölçüsü kaç derecedir?

A) 74 B) 75 C) 76 D) 77 E) 78

17.
17.

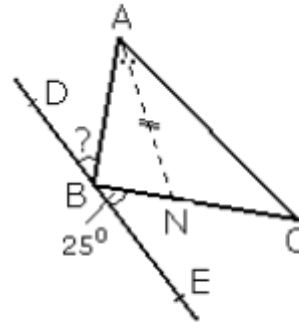


ABCD bir yamuk
 $EF \parallel AB$
 $|AB| = 10$ cm
 $|ED| = 3$ cm
 $|AE| = 5$ cm
 $|DC| = 6$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $x = |EF|$ kaç cm dir?

- A) $\frac{17}{2}$ B) $\frac{15}{2}$ C) 7 D) 8 E) 9

18.
18.



D, B, E doğrusal
 $[AC] \parallel [DE]$
 $|AN| = |NC|$
AN açıortay
 $m(\widehat{EBN}) = 25^\circ$

Yukarıdaki verilere göre, DBA açısının ölçüsü kaç derecedir?

- A) 30 B) 35 C) 40 D) 45 E) 50

19.

19. $s(A \setminus B) = 9$, $s(B \setminus A) = 7$ ve $A \cap B$ nin altküme sayısı 64 olduğuna göre, $s(A \cup B)$ kaçtır?

- A) 16 B) 22 C) 24 D) 26 E) 28

20.

20. $\frac{3a^2 - 3ab + b^2}{b^2} = 7$ eşitliğini doğrulayan

a nın, b cinsinden değerleri toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{b}{3}$ B) $\frac{b}{2}$ C) b D) 3b E) 4b

21.

21. Sıfırdan ve birbirinden farklı A, B, C, D rakamlarının yerleri değiştirilerek elde edilen dört basamaklı 24 sayı toplanıyor. Bu toplam için aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A) 6 ile bölünebilir B) 9 ile bölünebilir
C) 14 ile bölünebilir D) Tek sayıdır
E) Beş basamaklı sayıdır

22.

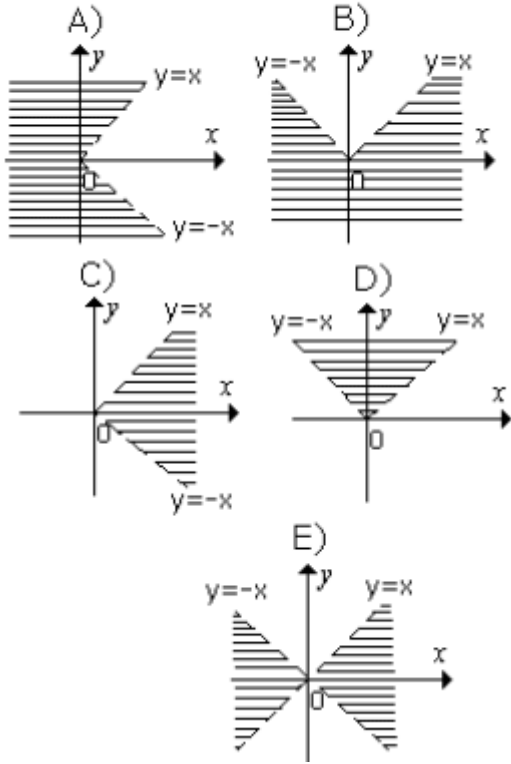
22. $5 - x \equiv 4 \pmod{7}$

olduğuna göre, x in alabileceği pozitif en küçük iki değer toplamı kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

23.

23. $x - |y| < 0$ bağıntısını sağlayan düzlemsel taralı bölge aşağıdakilerden hangisidir?



24.

24. $f(x)=2^{3x-1}$ olduğuna göre, $f(2x)$ in $f(x)$ cinsinden ifadesi, aşağıdakilerden hangisidir?

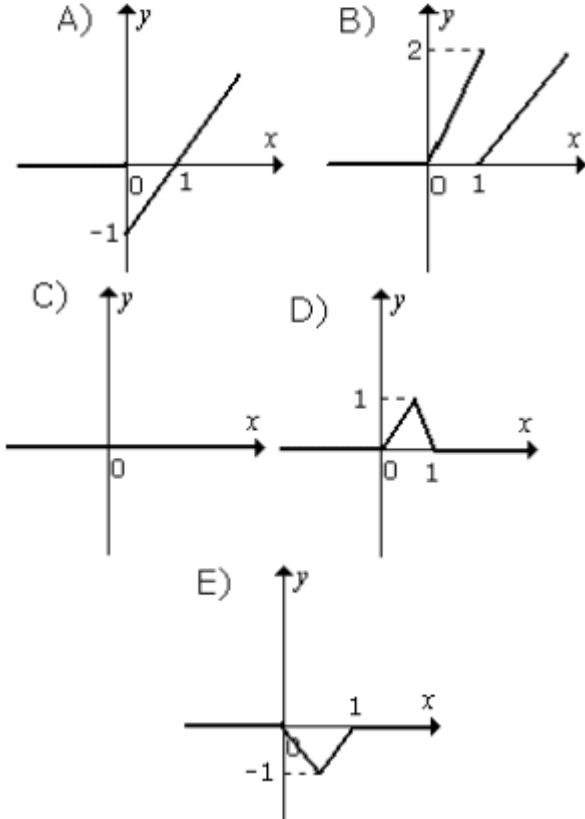
- A) $3f(x)$ B) $3[f(x)]^2$ C) $2f(x)$
D) $2[f(x)]^2$ E) $2[f(x)]^3$

25.
25.

$$f(x) = \begin{cases} -1 & , x < 0 \\ x-1 & , x \geq 0 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 1 & , x < 0 \\ x+1 & , 0 \leq x < 1 \\ 0 & , 1 \leq x \end{cases}$$

olduğuna göre, $(f+g)(x)$ in grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



26.

26. $f(x) = \frac{2x+u}{x+1}$ ve $(f \circ f)(x) = \frac{x-9}{3x-2}$ olduğuna göre u kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

27.

27. $\log_7(2x-7) - \log_7(x-2) = 0$ olduğuna göre $\log_5 x$ değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

28.

28. $Z=3+2i$, $\bar{Z} = 3-2i$ olduğuna göre

$\left(\frac{Z+\bar{Z}}{Z-\bar{Z}}\right)^4$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{81}{16}$ B) $-\frac{81}{16}$ C) $-\frac{81}{16}i$
D) $\frac{81}{16}i$ E) $-i$

29.

29. $P(x)$ ve $Q(x)$ polinomlarının $x-1$ ile bölümünden kalanlar sırası ile -4 ve 6 olduğuna göre t nin hangi değeri için $3P(x)+tQ(x)$ polinomu $x-1$ ile tam olarak bölünür?

- A) -3 B) -2 C) 1 D) 2 E) 3

30.

30. $\sum_{k=1}^4 \sum_{s=1}^2 (4s-2k+1)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -12 B) -8 C) 0 D) 16 E) 24

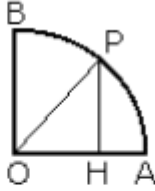
31. Bir aritmetik dizinin 8. terimi a olduğuna göre 2. ve 14. terimin toplamı nedir?

- A) 3a B) 2a C) a D) $\frac{a}{2}$ E) $\frac{a}{3}$

32. $\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} = 8$ denkleminin dar açılı olan çözümünü nedir?

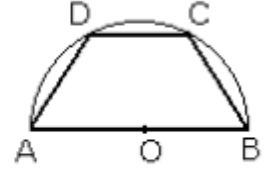
- A) $\frac{\pi}{8}$ B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{5}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{4}$

33. Dik yarıçaplı [OA], [OB] olan dörtte bir birim çember üzerindeki değişken bir P noktasının OA üzerindeki dik izdüşümü H olduğuna göre, POH üçgeninin çevresi en çok kaç birim olabilir?



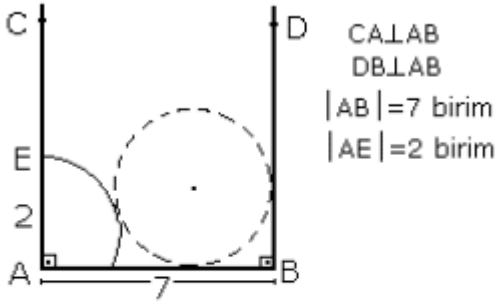
- A) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ B) $2\sqrt{2} - 1$ C) $2\sqrt{3} - 1$
D) $1 + \sqrt{3}$ E) $1 + \sqrt{2}$

34. $|AB| = 2$ birim olan bir yarı çemberin içine çizilen ABCD yamuğunun alanı en büyük değerini aldığı anda, yüksekliği kaç birim olur?



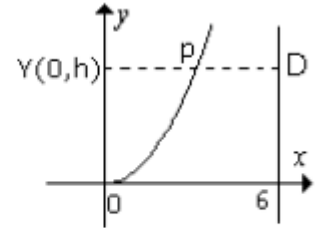
- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

35. Yukarıdaki şekilde, A merkezli ve 2 birim yarıçaplı çembere, AB doğrusuna ve BD doğrusuna teğet olan çemberin yarıçapı kaç birimdir?



- A) 3,5 B) 3 C) 2,5 D) 2 E) 1,5

36. Yandaki şekilde $x \geq 0$ olmak üzere, $y = x^2$ eğrisinin grafiği ile $x = 6$ doğrusunun grafiği verilmiştir. $Y(0, h)$ den OY



ye çizilen dikme eğrisi P de, doğruyu D de kesiyor. Buna göre, h nin hangi değeri için [YD] nin orta noktası P dir?
A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

37. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8x + 8}{x^4 - 4x}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) -1 B) $-\frac{1}{7}$ C) 0 D) $\frac{1}{7}$ E) 1

38. $e^{-x} \frac{d^2}{dx^2} (x^3 e^x)$ in kısaltılmışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^3 + 3x^2 + 3x$ B) $x^3 + 3x^2 + 6x$
C) $x^3 + 3x^2 + 9x$ D) $x^3 + 6x^2 + 6x$
E) $x^3 + 9x^2 + 3x$

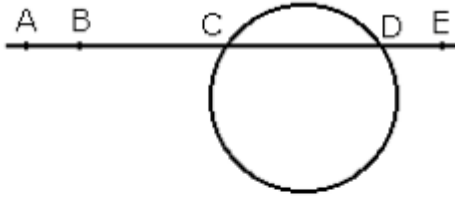
39. $f(x) = x^3 - 3x + 8$ fonksiyonunun $[-1, 2]$ aralığında alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) -1 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

40. $(\frac{2}{x} - x^2)^7$ nin açılımında x^8 li terimin katsayısı kaçtır?

- A) 84 B) 48 C) 28 D) -48 E) -84

41.



41.

Şekildeki A, B, C, D, E noktaları bir doğru ve ayrıca C, D noktaları bir çember üzerindedir. Bu noktalardan seçilecek olan herhangi iki noktadan yalnız birinin çembere ait olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{7}{10}$

43.

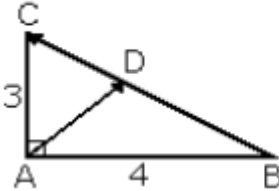
43. $a > 0$ olmak üzere, $y = \frac{x^3}{|x|}$ fonksiyonun

$x=a$ ve $x=-a$ noktalarındaki teğetleri için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) Birbirine diktir
 B) Birbirine paraleldir
 C) 30° lik bir açıyla kesişir
 D) x ekseninde sabit bir noktada kesişir
 E) y ekseninde sabit bir noktada kesişir

45.

45.



$CA \perp AB$
 $|AB| = 4$ birim
 $|AC| = 3$ birim
 $|CD| = |DB|$

Yukarıdaki verilere göre, AD ve DC vektörlerinin $\vec{AD} \cdot \vec{DC}$ skaler çarpımı kaçtır?

- A) 0 B) $-\frac{3}{4}$ C) $-\frac{4}{7}$ D) $-\frac{7}{4}$ E) -12

42.

42. $\int_0^4 [\sqrt{16-x^2} - (4-x)] dx$ in değeri nedir?

- A) $4(\pi-2)$ B) $4(\pi-\sqrt{3})$ C) $3(\pi-\sqrt{2})$
 D) $3\sqrt{2}(\pi-2)$ E) $2\sqrt{3}(\pi-2)$

44.

44. $y = \frac{4}{x}$ fonksiyonunun başlangıç noktasına en yakın olan noktasının, başlangıç noktasına uzaklığı kaç birimdir?

- A) 8 B) 4 C) 2 D) $4\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{2}$

46.

46. K, 2×2 türünden bir matris olmak üzere,

$$K \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ ve } K \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ ise } K \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

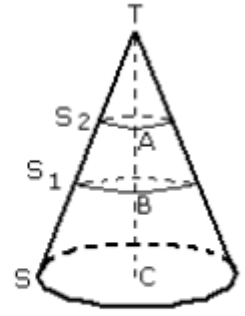
aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} -9 \\ 7 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} -7 \\ -4 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$
 D) $\begin{bmatrix} 0 \\ 7 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$

47. D_1 ve D_2 kesişen düzlemlerinin ölçük açısı 60° dir. $A \in D_1$ alınıyor. A'nın D_2 ye uzaklığı 6 cm ise, A'nın düzlemlerin arakesetine uzaklığı kaç cm dir?

- A) 3 B) $\frac{4}{\sqrt{3}}$ C) $3\sqrt{3}$ D) $4\sqrt{3}$ E) $3\sqrt{3}$

48. Taban alanı S olan yandaki dik konide, alanları S_1 , S_2 olan tabana paralel iki kesit ve bu kesitlerin merkezleri verilmiştir. $|TC|=2$ cm, $|TA|=1$ cm ve $S=S_1+S_2$ olduğuna göre, $|AB|$ kaç cm dir?



- A) $\sqrt{5}$ B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}-1$
D) $\sqrt{2}-1$ E) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

49. $AB \perp AC$
 $|AB|=3$ birim
 $|BC|=5$ birim
 $|AC|=4$ birim

A merkezli ve B den geçen çember $[BC]$ yi ayrıca D noktasında kesiliyor. $[CD]$ kaç birimdir?

- A) $\frac{6}{5}$ B) $\frac{7}{5}$ C) $\frac{8}{5}$ D) $\frac{9}{5}$ E) 2

50. ABCD bir dikdörtgen
 $|AB|=17$ birim
 $|BC|=10$ birim
KGB, A merkezli çember yayı
GFCE bir kare

Yukarıdaki şekilde KGB yayı A merkezli bir çember yayı olduğuna göre, GFCE karesinin bir kenarı kaç birimdir?

- A) 1 B) 1,5 C) 2 D) 2,5 E) 3

51. $AB \perp AC$
 $|AB|=6$ birim
 $|AC|=8$ birim
 $p \in [BC]$
 $PK \parallel AB$
 $PL \parallel AC$

Yukarıdaki şekilde ALPK dikdörtgeninin alanı, LBP ve KPC üçgenlerinin alanları toplamına eşit olduğuna göre, $[BP]$ kaç birimdir?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

52. O noktası merkez
DA, A noktasında teğet
DE, E noktasında teğet
 $m(\hat{B}EK) = 30^\circ$
 $|BE|=4$ birim

Şekildeki verilere göre ABED dikdörtgenel bölgenin alanı kaç birim karedir?

- A) $20\sqrt{3}$ B) $20\sqrt{2}$ C) $16\sqrt{3}$
D) $18\sqrt{2}$ E) $16\sqrt{3}$

ÇÖZÜMLER

1. Sayı = a olsun.

$$a \cdot \frac{1}{7} = 13 \Rightarrow a = 91$$

$$91 \cdot \frac{4}{7} = 52 \text{ elde edilir.}$$

2.

10 kg un-şeker karışımının % 20 si şeker olduğuna göre,

$$\text{Şeker miktarı} = 10 \cdot \% 20 = 10 \cdot \frac{20}{100} = 2 \text{ kg}$$

$$\text{Un miktarı} = 10 - 2 = 8 \text{ kg}$$

8 kg daha un eklendiğine göre,

$$\text{Toplam un miktarı} = 8 + 8 = 16 \text{ kg}$$

$$\frac{\text{şeker (kg)}}{\text{un (kg)}} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8} \text{ olur.}$$

3.

500 liralık madeni paraların sayısı = x olsun.

100 liralık madeni paraların sayısı = 30 - x

$$100 \cdot (30 - x) + 500 \cdot x = 12200 \Rightarrow 30 - x + 5x = 122$$

$$\Rightarrow 4x = 92$$

$$\Rightarrow x = 23$$

4.

Başlangıçtaki para miktarı = x olsun.

$$\text{Harcanan miktarı} = x \cdot \frac{1}{4} = \frac{x}{4}$$

$$\text{Geriye kalan miktarı} = x - \frac{x}{4} = \frac{3x}{4}$$

$$\frac{3x}{4} \cdot \frac{1}{4} = 300 \Rightarrow x = 1600 \text{ lira}$$

5.

Ali Mehmet

$$3x \quad x$$

$$3x - 10 \quad x + 10$$

$$3x - 10 = x + 10 \Rightarrow 2x = 20 \Rightarrow x = 10 \text{ jeton}$$

6.

Baba Çocuk Çocuk

$$x + y + 33 \quad x \quad y$$

$$2 \cdot [(x + 3) + (y + 3)] = [(x + y + 33) + 3] \Rightarrow 2x + 2y + 12 = x + y + 36$$

$$\Rightarrow x + y = 24$$

Babanın bugünkü yaşı : $x + y + 33 = 24 + 33 = 57$ olur.

7.

Baba Anne Çocuk Çocuk
 mn nm m n

$$\begin{aligned}mn = nm + m + n &\Rightarrow 10m + n = 10n + m + m + n \\ &\Rightarrow 8m = 10n \\ &\Rightarrow 4m = 5n \Rightarrow m = 5 \\ &\qquad\qquad\qquad \Rightarrow n = 4\end{aligned}$$

Buna göre, $mn = 54$ elde edilir.

8.

$$\begin{aligned}\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = 2 &\Rightarrow a = 2b \\ &\Rightarrow c = 2d \\ &\Rightarrow e = 2f\end{aligned}$$

Buna göre, $\frac{a \cdot c \cdot f}{b \cdot d \cdot e} = \frac{2b \cdot 2d \cdot f}{b \cdot d \cdot 2f} = 2$ elde edilir.

9.

$$\begin{aligned}\frac{0,25}{2,5} + \frac{1,01}{0,1} + \frac{15}{0,02} &= \frac{25}{250} + \frac{101}{10} + \frac{1500}{2} \\ &= \frac{1}{10} + 10,1 + 750 \\ &= 0,1 + 10,1 + 750 \\ &= 760,2\end{aligned}$$

10.

$$\begin{aligned}1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{a}}} &= 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{a-1}{a}}} = 1 - \frac{1}{1 - \frac{a}{a-1}} \\ &= 1 - \frac{1}{\frac{-1}{a-1}} = 1 - \frac{a-1}{-1} = 1 + \frac{a-1}{1} = a\end{aligned}$$

11.

I. Yol

$$\sqrt{4+2\sqrt{3}} - \sqrt{4-2\sqrt{3}} = a \text{ olsun.}$$

Eşitliğin iki tarafının karesi alınırsa,

$$(\sqrt{4+2\sqrt{3}} - \sqrt{4-2\sqrt{3}})^2 = a^2$$

$(x - y)^2 = x^2 - 2.x.y + y^2$ olduğuna göre,

$$\left(\sqrt{4+2\sqrt{3}}\right)^2 - 2\left(\sqrt{4+2\sqrt{3}}\right)\left(\sqrt{4-2\sqrt{3}}\right) + \left(\sqrt{4-2\sqrt{3}}\right)^2 = a^2$$

$$4 + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{(4+2\sqrt{3})(4-2\sqrt{3})} + 4 - 2\sqrt{3} = a^2$$

$x^2 - y^2 = (x - y).(x + y)$ olduğuna göre,

$$8 - 2\sqrt{4^2 - (2\sqrt{3})^2} = a^2$$

$$8 - 2\sqrt{16 - 12} = a^2$$

$$8 - 2.2 = a^2$$

$$8 - 4 = a^2$$

$$4 = a^2$$

$a = 2$ elde edilir.

II. Yol

$$\begin{aligned}\sqrt{4+2\sqrt{3}} - \sqrt{4-2\sqrt{3}} &= (\sqrt{3} + \sqrt{1}) - (\sqrt{3} - \sqrt{1}) \\ &= \sqrt{3} + 1 - \sqrt{3} + 1 \\ &= 2\end{aligned}$$

III. Yol

$$\begin{aligned}\sqrt{4+2\sqrt{3}} - \sqrt{4-2\sqrt{3}} &= \sqrt{(3+1)+2\sqrt{3}} - \sqrt{(3+1)-2\sqrt{3}} \\ &= \sqrt{3+2\sqrt{3}+1} - \sqrt{3-2\sqrt{3}+1} \\ &= \sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} - \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} \\ &= \sqrt{3}+1 - (\sqrt{3}-1) \\ &= \sqrt{3}+1 - \sqrt{3}+1 \\ &= 2\end{aligned}$$

Not :

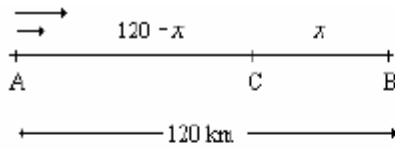
$\sqrt{m \mp 2\sqrt{n}}$ ifadesinde,

$$m = a + b$$

$$n = a \cdot b$$

olacak biçimde $a, b \in \mathbb{R}^+$ varsa ; $a > b$ olmak üzere : $\sqrt{m \mp 2\sqrt{n}} = \sqrt{a} \mp \sqrt{b}$ eşitliği vardır.

12.



Yolda geçen zaman eşit olduğuna göre, $x = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{v}$

$$\begin{aligned}\frac{|AC|}{v} &= \frac{|AB| + |BC|}{2v} \Rightarrow \frac{x}{v} = \frac{120 + (120 - x)}{2v} \\ &\Rightarrow x = 80 \text{ km}\end{aligned}$$

13.

1 TL ye alınan bir mal $\frac{6}{5}$ TL ye satılıyorsa,

$$x \quad 18000$$

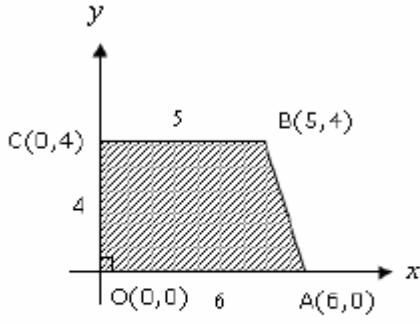
$$x \cdot \frac{6}{5} = 1.18000 \Rightarrow x = 15000$$

kar = satış fiyatı - alış fiyatı olduğuna göre,

$$\text{kar} = 18000 - 15000$$

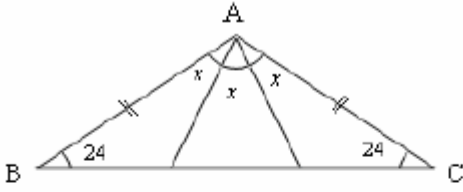
$$\text{kar} = 3000 \text{ TL}$$

14.



$$\text{Alan(OABC)} = \frac{(6+5) \cdot 4}{2} = 22$$

15.



$$m(\angle B) = m(\angle C) = 24$$

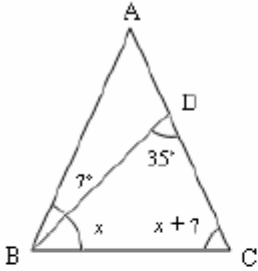
Üçgenin iç açıları toplamı 180° olduğuna göre,

$$24 + 24 + m(\angle A) = 180 \Rightarrow m(\angle A) = 132$$

$$\Rightarrow 3x = 132$$

$$\Rightarrow x = 44$$

16.



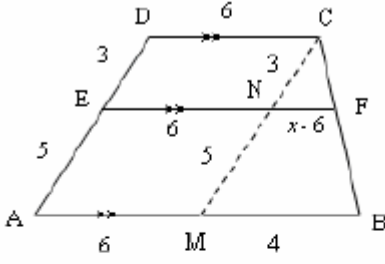
CBD üçgeninde iç açıları toplamı 180 derece olduğuna göre,

$$x + 35 + (x + 7) = 180 \Rightarrow 2x = 138$$

$$\Rightarrow x = 69$$

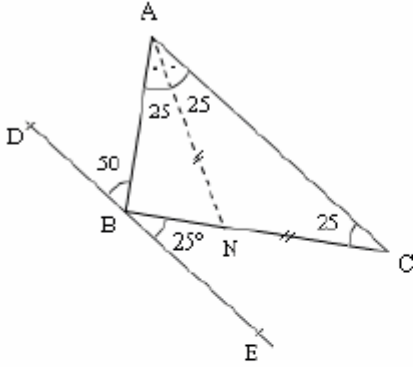
$m(\angle C) = x + 7$ olduğuna göre, $m(\angle C) = 69 + 7 = 76$ elde edilir.

17.



$$\begin{aligned} \text{CM çizilirse, } \triangle CNF &\cong \triangle CMB \Rightarrow \frac{3}{8} = \frac{x-6}{4} \\ &\Rightarrow 2x - 12 = 3 \\ &\Rightarrow x = \frac{15}{2} \end{aligned}$$

18.



$$[AC] \parallel [DE] \Rightarrow m(\angle EBC) = m(\angle BCA) = 25 \text{ (iç - ters açı)}$$

$$|AN| = |NC| \Rightarrow m(\angle NCA) = m(\angle NAC) = 25 \text{ (ANC üçgeni, ikizkenar üçgen)}$$

$$AN \text{ açıortay} \Rightarrow m(\angle NAB) = m(\angle NAC) = 25 \text{ (AN açıortay)}$$

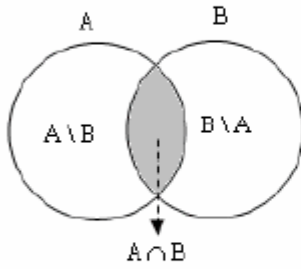
$$m(\angle CAB) = m(\angle DBA) = 25 + 25 = 50 \text{ (iç - ters açı)}$$

19.

$$s(A \setminus B) = 9$$

$$s(B \setminus A) = 7$$

$$A \cap B \text{ kümesinin alt küme sayısı} = 64 = 2^6 \Rightarrow s(A \cap B) = 6$$



$$\Rightarrow s(A \cup B) = s(A \setminus B) + s(B \setminus A) + s(A \cap B)$$

$$s(A \cup B) = 9 + 7 + 6$$

$$s(A \cup B) = 22 \text{ bulunur.}$$

Not : Alt Küme Sayısı

n elemanlı bir A kümesinin alt kümelerinin sayısı 2^n dir.

Özalt kümelerinin sayısı $2^n - 1$ dir.

20.

$$\frac{3a^2 - 3ab + b^2}{b^2} = 7 \Rightarrow 3a^2 - 3ab + b^2 = 7b^2$$

$$\Rightarrow 3a^2 - 3ab - 6b^2 = 0$$

$$\Rightarrow a^2 - ab - 2b^2 = 0$$

$$\Rightarrow (a - 2b).(a + b) = 0$$

$$\Rightarrow a - 2b = 0 \text{ veya } a + b = 0$$

$$\Rightarrow a = 2b \text{ veya } a = -b$$

a nın, b cinsinden değerleri toplamı $= 2b + (-b) = b$ bulunur.

21.

I. Yol



$$3 \times 2 \times 1 \times 1 = 6$$

“A” ile biten 6 farklı sayı vardır.

Benzer düşünce ile her harf diğer basamaklarda da 6 şar kez bulunacaktır.

Böylece bu 24 sayı alt alta yazılıp toplandığında toplam :

$$6A + 6B + 6C + 6D = 6.(A + B + C + D) \text{ olacaktır.}$$

Bu toplam 6 nın katı olduğundan 6 ile kesinlikle bölünür.

II. Yol

$$A B C D = 1000A + 100B + 10C + D$$

$$A B D C = 1000A + 100B + 10D + C$$

$$A C B D = 1000A + 100C + 10B + D$$

$$A C D B = 1000A + 100C + 10D + B$$

$$A D B C = 1000A + 100D + 10B + C$$

$$A D C B = 1000A + 100D + 10C + D$$

.....

.....

$$D C B A = 1000D + 100C + 10B + A$$

Her bir rakam her basamakta 6 şar defa bulunacağından,

$$6666A + 6666B + 6666C + 6666D = 6666.(A + B + C + D) \text{ olur.}$$

Buna göre, 24 sayının toplamı 6 ile bölünebilir.

22.

$$a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow a - b = m.k \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$5 - x \equiv 4 \pmod{7} \Rightarrow 5 - x - 4 = 7.k$$

$$\Rightarrow x = 1 - 7.k$$

$$k = 0 \text{ alınırsa, } x = 1$$

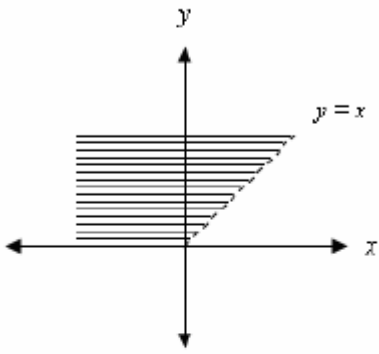
$$k = -1 \text{ alınırsa, } x = 8$$

Buna göre, x in alabileceği pozitif en küçük iki değerin toplamı = 1 + 8 = 9 elde edilir.

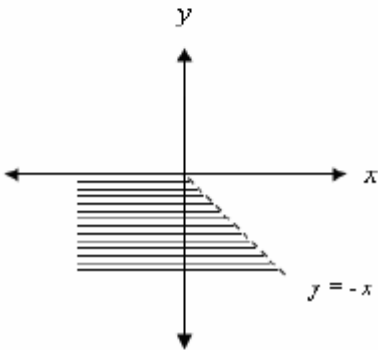
23.

$$x - |y| < 0 \Rightarrow x < |y|$$

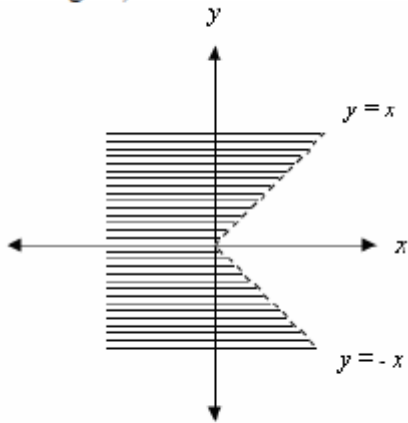
$y \geq 0$ ise $x < y$



$y < 0$ ise $x < -y$



Buna göre,



elde edilir.

24.

$$f(x) = 2^{3x-1} \Rightarrow f(x) = \frac{2^{3x}}{2} \Rightarrow 2.f(x) = 2^{3x}$$

$f(x) = 2^{3x-1}$ olduğuna göre,

$$f(2x) = 2^{3 \cdot 2x-1} \Rightarrow f(2x) = 2^{6x-1}$$

$$\Rightarrow f(2x) = \frac{2^{6x}}{2}$$

$$\Rightarrow 2.f(2x) = 2^{6x}$$

$$\Rightarrow 2.f(2x) = (2^{3x})^2$$

$$2.f(x) = 2^{3x} \text{ olduğuna göre, } 2.f(2x) = (2.f(x))^2 \Rightarrow 2.f(2x) = 4.[f(x)]^2$$

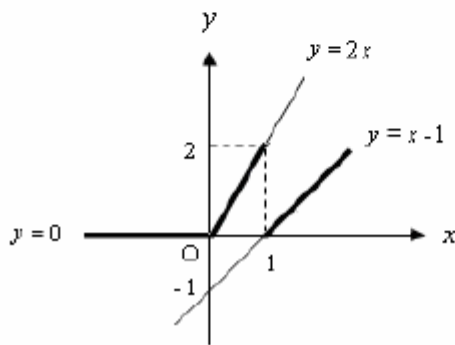
$$\Rightarrow f(2x) = 2.[f(x)]^2$$

25.

$$f(x) = \begin{cases} -1, & x < 0 \\ x-1, & x \geq 0 \end{cases} \text{ ve } g(x) = \begin{cases} 1, & x < 0 \\ x+1, & 0 \leq x < 1 \\ 0, & 1 \leq x \end{cases}$$

$$(f+g)(x) = \begin{cases} -1+1, & x < 0 \\ x-1+x+1, & 0 \leq x < 1 \\ x-1+0, & x \geq 1 \end{cases}$$

$$(f+g)(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 2x, & 0 \leq x < 1 \\ x-1, & x \geq 1 \end{cases}$$



26.

$$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f\left(\frac{2x+u}{x+1}\right) = \frac{x-9}{3x-2}$$

$$f(x) = \frac{2x+u}{x+1} \text{ olduğuna göre,}$$

$$f\left(\frac{2x+u}{x+1}\right) = \frac{2\left(\frac{2x+u}{x+1}\right)+u}{\frac{2x+u}{x+1}+1} = \frac{4x+2u+xu+u}{\frac{2x+u+x+1}{x+1}} = \frac{(4+u)x+3u}{3x+(u+1)}$$

$$\frac{(4+u)x+3u}{3x+(u+1)} = \frac{x-9}{3x-2} \Rightarrow 4+u=1$$

$$\Rightarrow u = -3 \text{ elde edilir.}$$

27.

$$\log_7(2x-7) - \log_7(x-2) = 0$$

$$\log_7\left(\frac{2x-7}{x-2}\right) = \log_7 1$$

$$\frac{2x-7}{x-2} = 1 \Rightarrow x = 5$$

$$\log_5 x = \log_5 5 = 1 \text{ elde edilir.}$$

28.

$$\left(\frac{z+\bar{z}}{z-\bar{z}}\right)^4 = \left(\frac{3+2i+3-2i}{3+2i-3+2i}\right)^4 = \left(\frac{6}{4i}\right)^4 = \left(\frac{3}{2i}\right)^4 = \frac{3^4}{(2i)^4} = \frac{81}{2^4 i^4} = \frac{81}{16j^4}$$

$$i^2 = -1 \text{ olduğuna göre,}$$

$$\frac{81}{16j^4} = \frac{81}{16.(i^2)^2} = \frac{81}{16.(-1)^2} = \frac{81}{16} \text{ bulunur.}$$

29.

$$P(x) = (x - 1) \times \text{Bölen} + (-4)$$

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$P(1) = (1 - 1) \times \text{Bölen} + (-4) \Rightarrow P(1) = -4$$

$$Q(x) = (x - 1) \times \text{Bölen} + 6$$

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$Q(1) = (1 - 1) \times \text{Bölen} + 6 \Rightarrow Q(1) = 6$$

$$3P(x) + tQ(x) = (x - 1) \times \text{Bölen} + 0$$

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$3P(1) + tQ(1) = (1 - 1) \times \text{Bölen} + 0$$

$$3P(1) + tQ(1) = 0 \Rightarrow 3(-4) + t \cdot 6 = 0 \Rightarrow t = 2$$

30.

$$\sum_{k=1}^4 \sum_{s=1}^2 (4s - 2k + 1) = \sum_{k=1}^4 [(4 \cdot 1 - 2k + 1) + (4 \cdot 2 - 2k + 1)]$$

$$= \sum_{k=1}^4 (14 - 4k)$$

$$= 14 \cdot 4 - 4 \cdot \frac{4 \cdot (4 + 1)}{2}$$

$$= 56 - 40$$

$$= 16$$

Not :

$$\sum_{k=1}^n k = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n \cdot (n + 1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^n c = c + c + c + \dots + c = n \cdot c$$

31.

Bir aritmetik dizide herhangi bir terim, bu terimin solundan ve sağından eşit uzaklıkta olan terimlerin aritmetik ortalaması (toplamlarının yarısı) kadardır.

Buna göre, $x_8 = \frac{x_2 + x_{14}}{2}$ olduğundan

$$x_8 = a$$

$$x_2 + x_{14} = ?$$

$$a = \frac{x_2 + x_{14}}{2} \Rightarrow x_2 + x_{14} = 2a$$

32.

$$\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} = 8 \Rightarrow \frac{1}{\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}} + \frac{1}{\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}} = 8$$

$$\Rightarrow \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos^2 x \cdot \sin^2 x} = 8$$

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ olduğuna göre,

$$\Rightarrow \frac{1}{\cos^2 x \cdot \sin^2 x} = 8$$

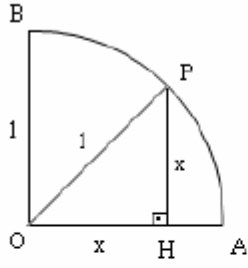
$$\Rightarrow 1 = 2 \cdot (2 \sin x \cdot \cos x)^2$$

$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x$ olduğuna göre,

$$\Rightarrow \sin 2x = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow 2x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{\pi}{8}$$

33.
I. Yol

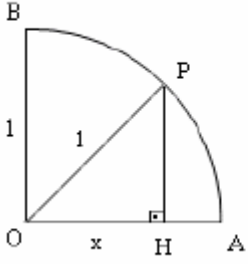


OPH ikizkenar üçgen olduğunda çevresi en büyük olacağından,

$$\text{Pisagor teoremine göre, } x^2 + x^2 = 1^2 \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ olur.}$$

$$\text{Çevre(OPH)} = 1 + 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 + \sqrt{2} \text{ elde edilir.}$$

II. Yol



PHO dik üçgeninde pisagor teoremine göre,

$$1^2 = x^2 + |PH|^2 \Rightarrow |PH| = \sqrt{1 - x^2}$$

$$\text{Çevre(PHO)} = 1 + x + \sqrt{1 - x^2}$$

POH üçgeninin çevresinin en çok olması için türevi sifira eşit olmalıdır.

$$(1 + x + \sqrt{1 - x^2})' = 0$$

$$1 + \frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}} = 0 \Rightarrow 1 - \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} = 0$$

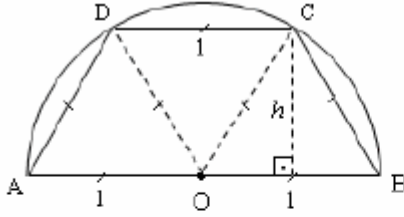
$$\Rightarrow x^2 = 1 - x^2$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Buna göre,

$$\begin{aligned} \text{Çevre(PHO)} &= 1 + x + \sqrt{1-x^2} \\ &= 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} \\ &= 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= 1 + \sqrt{2} \end{aligned}$$

34.

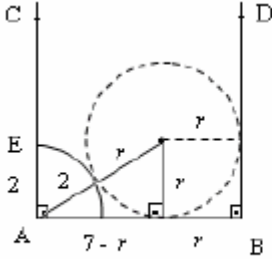


Yamuğun alanının en büyük olması OAD , ODC ve OBC üçgenleri eşkenar olmalıdır.

OCD eşkenar üçgeninin yüksekliği yamuğun yüksekliği olacağından,

$$h = \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{2} \Rightarrow h = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ bulunur.}$$

35.



AOF dik üçgeninde pisagor bağıntısına göre,

$$(r+2)^2 = r^2 + (7-r)^2 \Rightarrow r^2 + 4r + 4 = r^2 + 49 - 14r + r^2$$

$$\Rightarrow r^2 - 18r + 45 = 0$$

$$\Rightarrow (r-15)(r-3) = 0 \Rightarrow r-3 = 0$$

$$\Rightarrow r = 3 \text{ elde edilir.}$$

36.

$$Y(0, h) \quad P(\sqrt{h}, h) \quad D(6, h)$$

P orta nokta olduğuna göre, $\sqrt{h} = \frac{0+6}{2} \Rightarrow \sqrt{h} = 3 \Rightarrow h = 9$ bulunur.

37.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8x + 8}{x^4 - 4x} = \frac{2^3 - 8 \cdot 2 + 8}{2^4 - 4 \cdot 2} = \frac{0}{8} = 0 \text{ elde edilir.}$$

38.

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx} \right) = \frac{d}{dx} (y') = \frac{dy'}{dx} = y'' \text{ olduğuna göre,}$$

$$\begin{aligned} e^{-x} \frac{d^2}{dx^2} (x^3 e^x) &= e^{-x} (x^3 e^x)'' \\ &= e^{-x} (3x^2 e^x + e^x \cdot x^3)' \\ &= e^{-x} (e^x \cdot (x^3 + 3x^2))' \\ &= e^{-x} (e^x \cdot (x^3 + 3x^2) + (3x^2 + 6x) e^x) \\ &= e^{-x} (e^x \cdot (x^3 + 6x^2 + 6x)) \\ &= \frac{1}{e^x} (e^x \cdot (x^3 + 6x^2 + 6x)) \\ &= x^3 + 6x^2 + 6x \end{aligned}$$

39.

$f(x) = x^3 - 3x + 8$ fonksiyonunun türevinin kökleri incelenirse,

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x^2 = 1$$

$$\Rightarrow x = \pm 1$$

$$x = 1 \text{ için : } f(1) = 1^3 - 3 \cdot 1 + 8 \Rightarrow f(1) = 6$$

$$x = -1 \text{ için : } f(-1) = (-1)^3 - 3 \cdot (-1) + 8 \Rightarrow f(-1) = 10$$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	++++	o	o	++++
$f(x)$		↖	↘	↗
		10	6	

{6, 10}

Buna göre, fonksiyonun $[-1, 2]$ aralığında alabileceği en küçük değer 6 dır.

Not : Bir fonksiyonun bir aralıktaki en büyük ve en küçük değeri

$f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonunun (a, b) aralığındaki türevinin kökleri x_1, x_2, \dots, x_n ;

türevsiz olduğu noktalar c_1, c_2, \dots, c_n ise

$\{f(a), f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n), f(c_1), f(c_2), \dots, f(c_n)\}$

kümesinin en büyük elemanı f nin $[a, b]$ aralığındaki en büyük değeri,

en küçük elemanı f nin $[a, b]$ aralığındaki en küçük değeridir.

40.

$(a + b)^n$ açıldığında baştan $(r + 1)$ inci terim $\binom{n}{r} a^{n-r} b^r$ olduğuna göre,

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{x} - x^2\right)^7 &= \binom{7}{r} \left(\frac{2}{x}\right)^{7-r} \cdot (-x^2)^r \\ &= \binom{7}{r} \cdot 2^{7-r} \cdot x^{r-7} \cdot (-x^{2r}) \\ &= \binom{7}{r} \cdot 2^{7-r} \cdot x^{r-7} \cdot x^{2r} \cdot (-1)^r \\ &= \binom{7}{r} \cdot 2^{7-r} \cdot x^{3r-7} \cdot (-1)^r \end{aligned}$$

x^8 li terimin katsayısı : $3r - 7 = 8 \Rightarrow r = 5$

$$\begin{aligned} &= \binom{7}{5} \cdot 2^{7-5} \cdot x^{3 \cdot 5 - 7} \cdot (-1)^5 \\ &= - \left(\frac{7!}{(7-5)! \cdot 5!} \right) \cdot 2^2 \cdot x^8 \\ &= - \left(\frac{7 \cdot 6}{2} \right) \cdot 4 \cdot x^8 \\ &= -84 \cdot x^8 \end{aligned}$$

Not : Binom Formülü

a ve b karmaşık sayılar ne $n \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere

$$(a + b)^n = \binom{n}{0} a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \dots + \binom{n}{r} a^{n-r} b^r + \dots + \binom{n}{n} b^n$$

açılımına Binom formülü (Binom Açılımı) denir.

Binom açılımında $a = b = 1$ yazılırsa

$$(1 + 1)^n = 2^n = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} \text{ bulunur.}$$

Not :

I) $(a + b)^n$ açıldığında baştan $(r + 1)$ inci terim $\binom{n}{r} a^{n-r} b^r$ dir.

II) $(a + b)^n$ açılımında $n + 1$ tane terim vardır.

III) $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$ olduğundan $(a + b)^n$ açılımındaki baştan ve sondan eşit uzaklıktaki terimlerin katsayıları eşittir.

41.

I. Yol

İstenen olasılık = $\frac{\text{istenen seçim sayısı}}{\text{tüm seçim sayısı}}$ olduğuna göre,

$$\text{İstenen olasılık} = \frac{\binom{2}{1} \binom{3}{1}}{\binom{5}{2}} = \frac{2 \cdot 3}{\frac{5!}{(5-2)! \cdot 2!}} = \frac{6}{\frac{5 \cdot 4}{2}} = \frac{3}{5} \text{ elde edilir.}$$

II. Yol

5 noktadan seçilecek 2 nokta : $\binom{5}{2} = \frac{5!}{(5-2)! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$ farklı şekilde olur.

Noktalardan yalnız birinin C olma olasılığı : $1 \cdot \binom{3}{1} = 3$ (C, ABE)

yalnız birinin D olma olasılığı : $1 \cdot \binom{3}{1} = 3$ (D, ABE)

Buna göre, istenen ikililer sayısı = $3 + 3 = 6$ olur.

Sonuç olarak istenen olasılık = $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ elde edilir.

III. Yol

A – B – C – D – E

(A , B)

(A , C) → (C , A)

(A , D) → (D , A)

(A , E)

(B , C) → (C , B)

(B , D) → (D , B)

(B , E)

(C , D)

(C , E) → (C , E)

(D , E) → (D , E)

Buna göre, istenen olasılık = $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ elde edilir.

42.

I. Yol

$$\int_0^4 [\sqrt{16-x^2} - (4-x)] dx = \int_0^4 \sqrt{16-x^2} dx - \int_0^4 (4-x) dx$$

$$\int_0^4 \sqrt{16-x^2} dx = ?$$

$x = 4.\sin t$ değişken değişimi yapırsa,

$$dx = 4.\cos t dt$$

$$x = 0 \text{ için : } 0 = 4.\sin t \Rightarrow \sin t = 0 \Rightarrow t = 0$$

$$x = 4 \text{ için : } 4 = 4.\sin t \Rightarrow \sin t = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}$$

$$\begin{aligned} \int_0^4 \sqrt{16-x^2} dx &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{16-(4 \sin t)^2} \cdot 4 \cos t dt \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{16-16 \sin^2 t} \cdot 4 \cos t dt \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{16(1-\sin^2 t)} \cdot 4 \cos t dt \end{aligned}$$

$\sin^2 t + \cos^2 t = 1 \Rightarrow 1 - \sin^2 t = \cos^2 t$ olduğuna göre,

$$\begin{aligned} &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{16 \cos^2 t} \cdot 4 \cos t dt \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} 4 \cos t \cdot 4 \cos t dt \\ &= 16 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt \end{aligned}$$

$\cos 2t = 2 \cos^2 t - 1 \Rightarrow \cos^2 t = \frac{\cos 2t + 1}{2}$ olduğuna göre,

$$\begin{aligned} &= 16 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\cos 2t + 1}{2} \right) dt \\ &= \frac{16}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos 2t + 1) dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 8 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos 2t + 1) dt \\
&= 8 \left[\left(\frac{\sin 2t}{2} + t \right) \right]_0^{\frac{\pi}{2}} \\
&= 8 \left[\left(\frac{\sin 2 \cdot \frac{\pi}{2}}{2} + \frac{\pi}{2} \right) - \left(\frac{\sin 2 \cdot 0}{2} + 0 \right) \right] \\
&= 8 \left[\left(\frac{\sin \pi}{2} + \frac{\pi}{2} \right) - \left(\frac{\sin 0}{2} + 0 \right) \right] \\
&= 8 \left[\left(\frac{0}{2} + \frac{\pi}{2} \right) - \left(\frac{0}{2} + 0 \right) \right] \\
&= 8 \cdot \frac{\pi}{2} \\
&= 4\pi
\end{aligned}$$

$$\int_0^4 (4-x) dx = ?$$

$$\int_0^4 (4-x) dx = \left(4x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^4 = \left(4 \cdot 4 - \frac{4^2}{2} \right) - 0 = 16 - 8 = 8$$

$$\begin{aligned}
\int_0^4 [\sqrt{16-x^2} - (4-x)] dx &= \int_0^4 \sqrt{16-x^2} dx - \int_0^4 (4-x) dx \\
&= 4\pi - 8 \\
&= 4(\pi - 2)
\end{aligned}$$

II. Yol

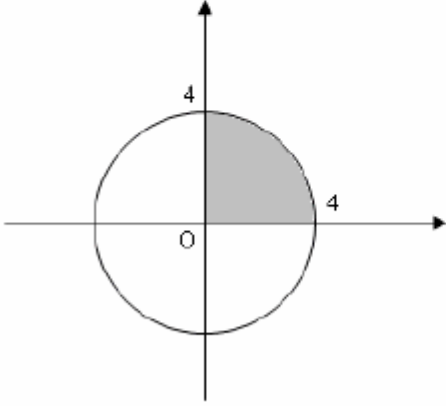
$$\int_0^4 [\sqrt{16-x^2} - (4-x)] dx = \int_0^4 \sqrt{16-x^2} dx - \int_0^4 (4-x) dx$$

$$\int_0^4 \sqrt{16-x^2} dx = ?$$

$\sqrt{16-x^2} = y$ olsun.

$$16 - x^2 = y^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = 16$$

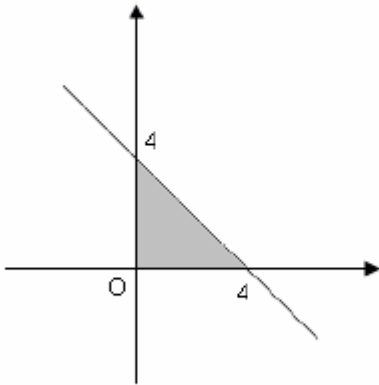
\Rightarrow Yarıçapı : 4 birim , Merkezi : (0 , 0) olan çember denklemi



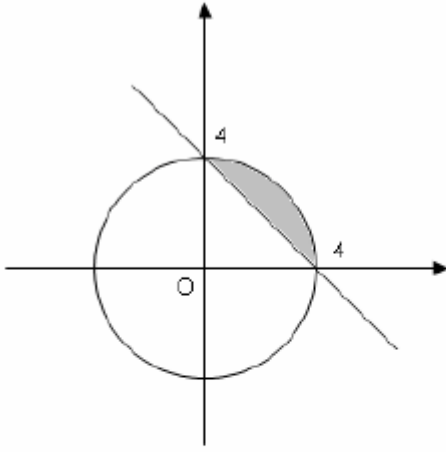
$$\int_0^4 \sqrt{16-x^2} dx = \frac{\text{alan (cember)}}{4} = \frac{\pi \cdot 4^2}{4} = 4\pi$$

$$\int_0^4 (4-x) dx = ?$$

$4 - x = y \Rightarrow x + y = 4$ olan doğru denklemi



$$\int_0^4 (4-x) dx = \text{alan (ucgen)} = \frac{4 \cdot 4}{2} = 8$$



$$\begin{aligned}
 \int_0^4 [\sqrt{16-x^2} - (4-x)] dx &= \int_0^4 \sqrt{16-x^2} dx - \int_0^4 (4-x) dx \\
 &= 4\pi - 8 \\
 &= 4(\pi - 2)
 \end{aligned}$$

43.

Bir fonksiyonun bir noktadaki teğetinin eğimi, türevinin bu noktadaki değeri olduğundan,

$$x = a \text{ daki teğetinin eğimi : } y = \frac{x^3}{x} \Rightarrow y = x^2$$

$$\Rightarrow y' = 2x$$

$$\Rightarrow \text{eğim} = 2.a$$

$$x = -a \text{ daki teğetinin eğimi : } y = \frac{x^3}{-x} \Rightarrow y = -x^2$$

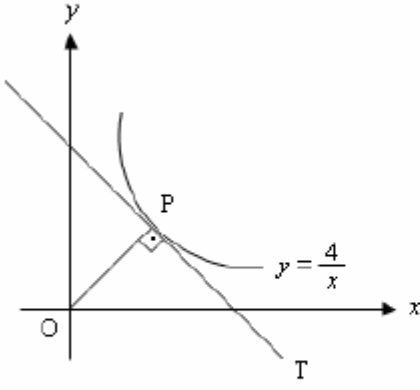
$$\Rightarrow y' = -2x$$

$$\Rightarrow \text{eğim} = -2.(-a) = 2a$$

Eğimleri eşit olan doğrular birbirlerine paralel olacağından, söz konusu teğetler için :

“Birbirine paraleldir.” denir.

44.
I. Yol



$y = \frac{4}{x}$ fonksiyonunun başlangıç noktasına en yakın olan noktası $P(x, y)$ olsun.

$P(x, y)$ noktasının orjine uzaklığı :

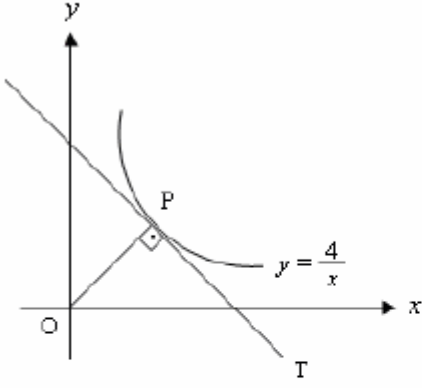
$$O(0, 0) \text{ ve } P(x, \frac{4}{x}) \Rightarrow |OP| = \sqrt{(x-0)^2 + (\frac{4}{x}-0)^2}$$
$$\Rightarrow |OP| = \sqrt{x^2 + \frac{16}{x^2}}$$

En yakın olması için : $\left(\sqrt{x^2 + \frac{16}{x^2}}\right)' = 0$ olmalıdır.

$$2x - \frac{32}{x^3} = 0 \Rightarrow 2x^4 = 32 \Rightarrow x = 2$$

Buna göre, $|OP| = \sqrt{2^2 + \frac{16}{2^2}} \Rightarrow |OP| = 2\sqrt{2}$ elde edilir.

II. Yol



$y = \frac{4}{x}$ fonksiyonunun başlangıç noktasına en yakın olan noktası $P(x, y)$ olsun.

En yakın nokta olması için P noktasındaki teğet $OP \perp PT$ olmalıdır.

Buna göre, $|OP| = ?$

$$P(x, y) = P\left(x, \frac{4}{x}\right)$$

$$y = \frac{4}{x} \Rightarrow \text{teğetin eğimi} = m_{PT} = y' = \frac{-4}{x^2} \Rightarrow m_{PT} = \frac{-4}{x^2}$$

OP nin eğimi : iki noktası bilinen doğrunun eğimine göre,

$$O(0, 0) \text{ ve } P\left(x, \frac{4}{x}\right) \Rightarrow \text{eğim} = m_{OP} = \frac{\frac{4}{x} - 0}{x - 0} \Rightarrow m_{OP} = \frac{4}{x^2}$$

Dik doğruların eğimleri çarpımı -1 olduğundan,

$$m_{PT} \cdot m_{OP} = -1 \Rightarrow \frac{-4}{x^2} \cdot \frac{4}{x^2} = -1 \Rightarrow x^4 = 16$$

$$\Rightarrow x = 2$$

$$P(x, y) = P\left(x, \frac{4}{x}\right) \Rightarrow x = 2 \text{ ise } y = \frac{4}{2} \Rightarrow y = 2$$

$P(x, y) = P(2, 2)$ elde edilir.

İki nokta arasındaki uzaklıktan,

$$\begin{aligned} O(0, 0) \text{ ve } P(2, 2) &\Rightarrow |OP| = \sqrt{(2-0)^2 + (2-0)^2} \\ &\Rightarrow |OP| = 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

Not : İki nokta arasındaki uzaklık

$$A(x_1, y_1) \text{ ve } B(x_2, y_2) \Rightarrow |AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Not : İki noktası bilinen doğrunun eğimi

$$A(x_1, y_1) \text{ ve } B(x_2, y_2) \Rightarrow m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

45.
I. Yol

$$\vec{AD} \cdot \vec{DC} = \left(-\vec{DA} \right) \cdot \vec{DC} \Rightarrow \vec{AD} \cdot \vec{DC} = -\vec{DA} \cdot \vec{DC}$$

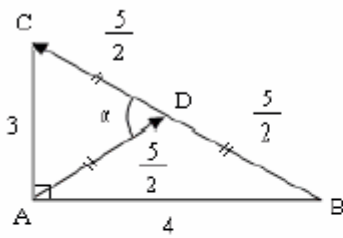
CAB dik üçgeninde, $|CD| = |DB|$ olduğuna göre, $|AD|$ kenarortay olur.

Dik üçgende hipotenüse ait kenarortayın uzunluğu,

hipotenüsün uzunluğunun yarısına eşit olduğuna göre, $|CD| = |DB| = |AD|$

Pisagor bağıntısına göre, $|BC|^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow |BC| = 5$

$$|CD| = |DB| = |AD| = \frac{5}{2}$$



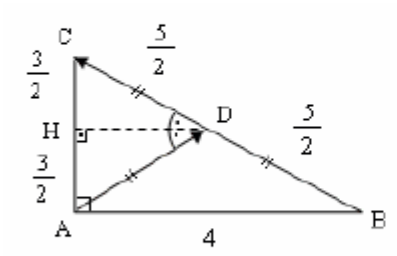
$$\vec{AD} \cdot \vec{DC} = -\vec{DA} \cdot \vec{DC} = -\left| \vec{DA} \right| \left| \vec{DC} \right| \cos \alpha \Rightarrow \vec{AD} \cdot \vec{DC} = -\frac{5}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \vec{AD} \cdot \vec{DC} = -\frac{25}{4} \cdot \cos \alpha$$

ADC ikizkenar üçgeninde, tabana ait yükseklik çizilirse,

İkizkenar üçgende tabana ait yükseklik, aynı zamanda kenarortay ve açıortay olduğuna göre,

$$|CH| = |HA| = \frac{3}{2}$$



CHD dik üçgeninde pisagor bağıntısına göre, $|HD|^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2$

$$|HD| = 2$$

$\cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1$ olduğuna göre,

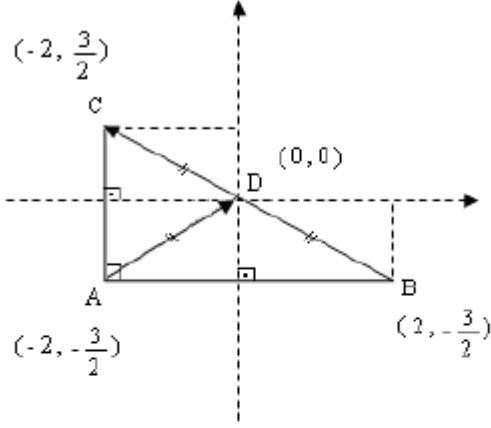
CHD dik üçgeninde, $\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{2}{\frac{5}{2}} \Rightarrow \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{4}{5}$

$\cos \alpha = 2 \left(\frac{4}{5}\right)^2 - 1 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{7}{25}$ bulunur.

$$\vec{AD} \cdot \vec{DC} = -\frac{25}{4} \cdot \cos \alpha \Rightarrow \vec{AD} \cdot \vec{DC} = -\frac{25}{4} \cdot \frac{7}{25}$$

$$\Rightarrow \vec{AD} \cdot \vec{DC} = -\frac{7}{4} \text{ elde edilir.}$$

II. Yol



$$\vec{AD} = \left(0 - (-2), 0 - \left(-\frac{3}{2}\right) \right) \Rightarrow \vec{AD} = \left(2, \frac{3}{2} \right)$$

$$\vec{DC} = \left((-2) - 0, \frac{3}{2} - 0 \right) \Rightarrow \vec{DC} = \left(-2, \frac{3}{2} \right)$$

$$\vec{AD} \cdot \vec{DC} = 2 \cdot (-2) + \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \Rightarrow \vec{AD} \cdot \vec{DC} = -4 + \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow \vec{AD} \cdot \vec{DC} = \frac{-7}{4}$$

Not : $\vec{A} = (x_1, y_1)$, $\vec{B} = (x_2, y_2)$ vektörleri için \vec{AB} vektörünü bulmak için, bitim noktasının koordinatlarından başlangıç noktasının koordinatları çıkarılır.

Buna göre, $\vec{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$ olur.

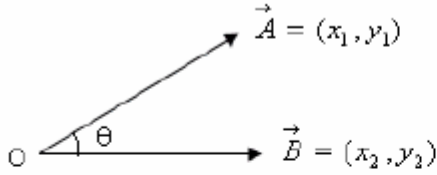
Not : Vektörlerin skaler (iç) çarpımı

Öklid iç çarpımı denilen bu iç çarpım $\vec{A} = (x_1, y_1)$, $\vec{B} = (x_2, y_2)$ vektörleri için

$\vec{A} \cdot \vec{B} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$ biçiminde tanımlanır.

Sonuç bir skaler (sayı) çıktığından bu çarpıma skaler çarpım da denir.

Not : İç (skaler) Çarpım



Sıfırdan farklı $\vec{A} = (x_1, y_1)$, $\vec{B} = (x_2, y_2)$ vektörleri arasındaki açı θ ise

$|\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos\theta$ gerçel sayısına \vec{A} ve \vec{B} vektörlerinin iç (skaler) çarpımı denir ve

$\vec{A} \cdot \vec{B}$ ya da $\langle \vec{A}, \vec{B} \rangle$ biçiminde gösterilir.

$$\Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos\theta$$

46.

$$K = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ olsun.}$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3a + 2b \\ 3c + 2d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow 3a + 2b = 0$$

$$\Rightarrow 3c + 2d = 1$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} a \cdot (-1) + b \cdot 0 \\ c \cdot (-1) + d \cdot 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -a \\ -c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow a = -2$$

$$\Rightarrow c = -1$$

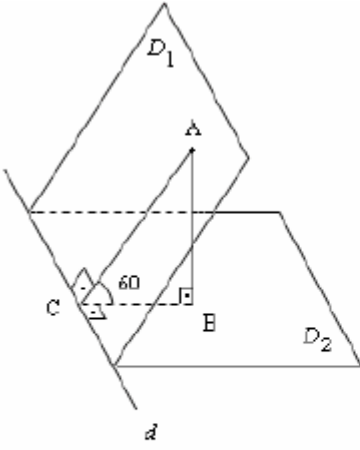
$$3a + 2b = 0 \text{ olduğuna göre, } 3 \cdot (-2) + 2b = 0 \Rightarrow b = 3$$

$$3c + 2d = 1 \text{ olduğuna göre, } 3 \cdot (-1) + 2d = 1 \Rightarrow d = 2$$

$$K = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$K \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-2) \cdot 2 + 3 \cdot (-1) \\ (-1) \cdot 2 + 2 \cdot (-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 \\ -4 \end{bmatrix} \text{ bulunur.}$$

47.



$$|AB| = 6$$

Kesişen iki düzlemin ortak noktalarının oluşturduğu doğruya arakesit doğrusu denir. (d)

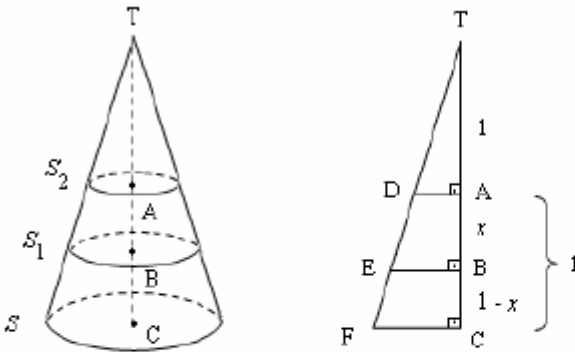
Üç dikme teoremine göre, bir düzlemin dışında bulunan bir noktadan, bu düzleme ve düzlem içindeki bir doğruya birer dikme çizilirse, iki dikme ayağını birleştiren doğru düzlem içindeki doğruya diktir

$$\left. \begin{array}{l} [AB] \perp D_2 \\ [BC] \perp d \end{array} \right\} [AC] \perp d$$

ABC dik üçgeninde, $m(\hat{ACB}) = 60^\circ$ ölçek açısı olduğuna göre,

$$\begin{aligned} \sin 60 &= \frac{6}{|AC|} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{6}{|AC|} \\ &\Rightarrow |AC| = \frac{12}{\sqrt{3}} \Rightarrow |AC| = 4\sqrt{3} \text{ olur.} \end{aligned}$$

48.



Benzer iki üçgenin alanlarının oranı, benzerlik oranının karesine eşit olduğuna göre,

$$TAD \cong TCF \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{|AD|}{|CF|} = k \quad (k : \text{benzerlik oranı})$$

$$\frac{\text{alan}(TAD)}{\text{alan}(TCF)} = k^2 \Rightarrow \frac{S_2}{S} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_2}{S} = \frac{1}{4} \Rightarrow S_2 = \frac{S}{4}$$

$$TBE \cong TCF \Rightarrow \frac{1+x}{2} = \frac{|BE|}{|CF|} = t \quad (t : \text{benzerlik oranı})$$

$$\frac{\text{alan}(TBE)}{\text{alan}(TCF)} = t^2 \Rightarrow \frac{S_1}{S} = \left(\frac{1+x}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_1}{S} = \frac{(1+x)^2}{4} \Rightarrow S_1 = \frac{S(1+x)^2}{4}$$

$S = S_1 + S_2$ olduğuna göre,

$$S = \frac{S(1+x)^2}{4} + \frac{S}{4} \Rightarrow S = S \left(\frac{(1+x)^2}{4} + \frac{1}{4} \right)$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{(1+x)^2 + 1}{4}$$

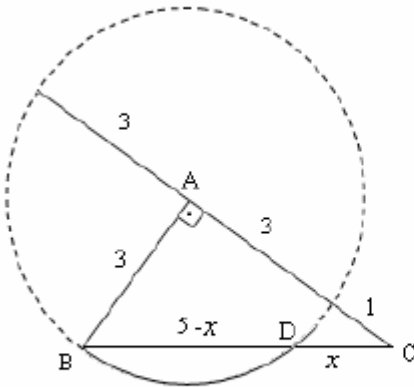
$$\Rightarrow 4 = (1+x)^2 + 1$$

$$\Rightarrow 3 = (1+x)^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = 1+x$$

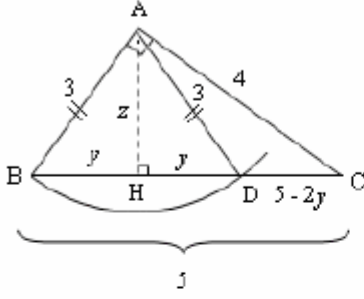
$$\Rightarrow x = \sqrt{3} - 1$$

49.
I. Yol



Çemberde kuvvet bağıntısına göre, $x \cdot 5 = 1 \cdot 7 \Rightarrow x = \frac{7}{5}$ elde edilir.

II. Yol



AD çizilirse, $|AB| = |AD| = 3$

BAD ikizkenar üçgen olur ve yüksekliği çizilirse,

İkizkenar üçgende tabana ait yükseklik aynı zamanda kenarortay olduğuna göre,

$$|BH| = |HD| = y \Rightarrow |DC| = 5 - 2y$$

BHA dik üçgeninde pisagor bağıntısına göre, $3^2 = y^2 + z^2$

CHA dik üçgeninde pisagor bağıntısına göre, $4^2 = (5 - y)^2 + z^2$

$$3^2 = y^2 + z^2 \Rightarrow z^2 = 9 - y^2$$

$$4^2 = (5 - y)^2 + z^2 \Rightarrow 16 = 25 - 10y + y^2 + 9 - y^2$$

$$\Rightarrow 10y = 18$$

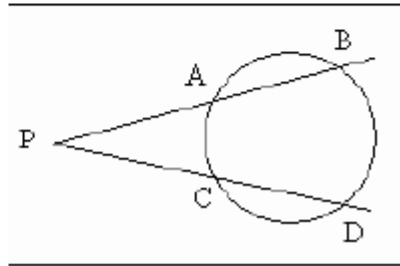
$$\Rightarrow y = \frac{9}{5}$$

$$|DC| = 5 - 2y = 5 - 2 \cdot \frac{9}{5} = 5 - \frac{18}{5} = \frac{25 - 18}{5} = \frac{7}{5} \text{ olur.}$$

Not : Çemberde kuvvet bağıntıları

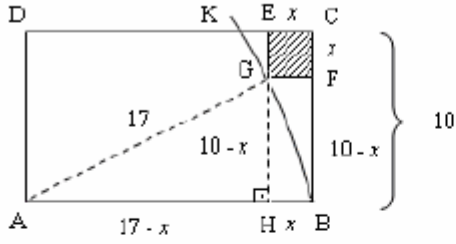
Çembere dışındaki bir P noktasından, biri çembere A ve B noktalarında, diğeri C ve D noktalarında kesen, iki kesen çizilirse,

$$|PA| \cdot |PB| = |PC| \cdot |PD| \text{ olur.}$$



50.

GFCE karesinin bir kenar uzunluğu x olsun.



$$|AB| = |AG| = 17$$

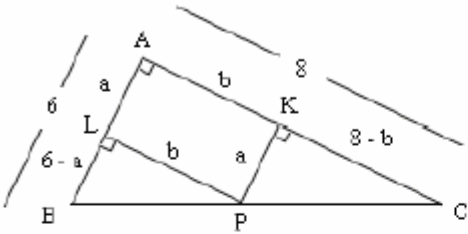
AHG dik üçgeninde, pisagor bağıntısına göre,

$$\begin{aligned} 17^2 &= (17-x)^2 + (10-x)^2 \Rightarrow 289 = 289 - 34x + x^2 + 100 - 20x + x^2 \\ &\Rightarrow 2x^2 - 54x + 100 = 0 \\ &\Rightarrow x^2 - 27x + 50 = 0 \\ &\Rightarrow (x-25)(x-2) = 0 \Rightarrow x-2 = 0 \\ &\Rightarrow x = 2 \end{aligned}$$

51.

ALPK dikdörtgeninin kısa kenarı = a

uzun kenarı = b olsun.



$$\text{BAC dik üçgeninde pisagor bağıntısına göre, } |BC|^2 = 6^2 + 8^2 \Rightarrow |BC| = 10$$

$$\text{alan(ALPK)} = \text{alan(LBP)} + \text{alan(KPC)}$$

$$a.b = \frac{(6-a).b}{2} + \frac{a.(8-b)}{2}$$

$$2.a.b = 6b - ab + 8a - ab$$

$$4.a.b = 6b + 8a$$

$$2.a.b = 3b + 4a$$

$$\text{BLP} \cong \text{BAC} \Rightarrow \frac{6-a}{6} = \frac{b}{8} \Rightarrow 3b = 24 - 4a \Rightarrow 4a + 3b = 24$$

$$2.a.b = 3b + 4a \text{ olduğuna göre, } 2.a.b = 24 \Rightarrow ab = 12$$

$$ab = 12 \text{ olduğuna göre, } a = \frac{12}{b}$$

$$4a + 3b = 24 \Rightarrow 4 \cdot \frac{12}{b} + 3b = 24 \Rightarrow 48 + 3b^2 = 24b$$

$$\Rightarrow b^2 - 8b + 16 = 0$$

$$\Rightarrow (b - 4)^2 = 0$$

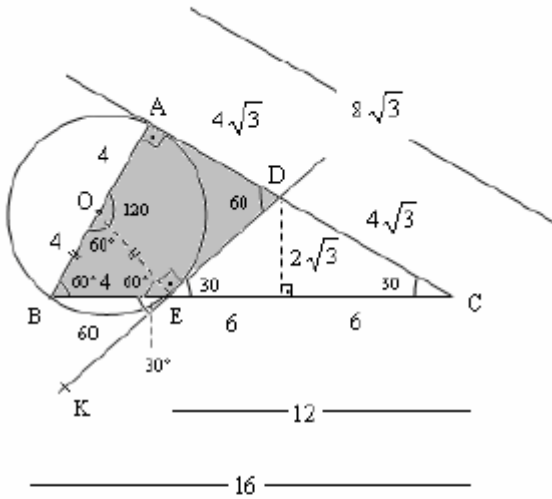
$$\Rightarrow b = 4$$

$$a = \frac{12}{b} \Rightarrow a = \frac{12}{4} \Rightarrow a = 3$$

BLP dik üçgeninde, $|BL| = 3$ ve $|LP| = 4$ olduğundan,

Pisagor bağıntısına göre, $|BP|^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow |BP| = 5$ elde edilir.

52.
I. Yol



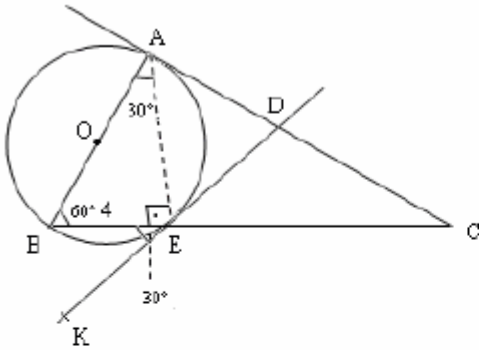
$$\text{Alan}(ABED) = \text{Alan}(ABC) - \text{Alan}(EDC)$$

$$= \frac{8 \cdot 8\sqrt{3}}{2} - 2 \left(\frac{2\sqrt{3} \cdot 6}{2} \right)$$

$$= 32\sqrt{3} - 12\sqrt{3}$$

$$= 20\sqrt{3}$$

II. Yol



AE çizilirse, çapı gören çevre açısı 90 derece olduğundan, $m(\text{AEB}) = 90$ olur.

Teğet - kiriş açının ölçüsü, gördüğü yayın ölçüsünün yarısına eşit olduğundan,

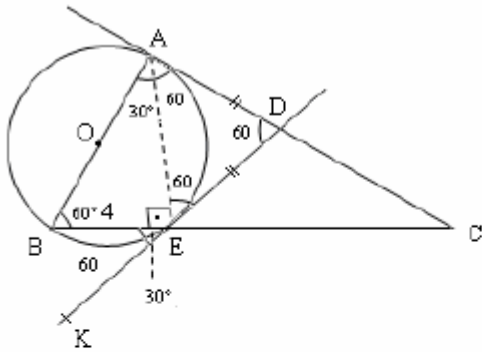
$$m(\text{BEK}) = 30 \Rightarrow \text{BE yayı} = 60$$

Çevre açının ölçüsü gördüğü yayın ölçüsünün yarısına eşit olduğundan,

$$\text{BE yayı} = 60 \Rightarrow m(\text{BAE}) = 30$$

$$\text{AED dik üçgeninde, } |BE| = 4 \Rightarrow |BA| = 8$$

$$\Rightarrow |AE| = 4\sqrt{3}$$



DA, A noktasında teğet olduğundan, $m(\text{BAD}) = 90$ olur.

$$m(\text{BAE}) = 30 \text{ ve } m(\text{BAD}) = 90 \Rightarrow m(\text{EAD}) = 60$$

KD doğrusal olduğundan, $m(\text{AED}) = 60$

Buna göre, AED üçgeni eşkenar üçgen olur.

$$|AE| = 4\sqrt{3} \Rightarrow |AE| = |AD| = |ED| = 4\sqrt{3}$$

$$\text{Alan}(\text{ABED}) = \text{Alan}(\text{AEB}) + \text{Alan}(\text{AED})$$

$$= \frac{4 \cdot 4\sqrt{3}}{2} + \frac{(4\sqrt{3})^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

$$= 8\sqrt{3} + 12\sqrt{3}$$

$$= 20\sqrt{3}$$