

Ö.S.S. 2004

MATEMATİK SORULARI ve ÇÖZÜMLERİ

1. $\frac{12 \cdot (\frac{1}{2} + \frac{1}{3})}{\frac{1}{2} + 4}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{20}{9}$ B) $\frac{16}{9}$ C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{6}{5}$ E) 1

Çözüm 1

$$\frac{12 \cdot (\frac{1}{2} + \frac{1}{3})}{\frac{1}{2} + 4} = \frac{12 \cdot \frac{5}{6}}{\frac{9}{2}} = 10 \cdot \frac{2}{9} = \frac{20}{9}$$

2. $\frac{2 \cdot (0,1 + 0,01 + 0,001)}{0,222 \cdot 10^{-3}}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0,1 B) 1 C) 10 D) 100 E) 1000

Çözüm 2

$$\frac{2 \cdot (0,1 + 0,01 + 0,001)}{0,222 \cdot 10^{-3}} = \frac{2,0111}{2,0111 \cdot \frac{1}{10^3}} = \frac{1}{\frac{1}{10^3}} = 10^3 = 1000$$

3. $\left(\frac{-1}{8}\right)^{-\frac{2}{3}}$ sayısı aşağıdakilerden hangisine esittir?

- A) 4 B) 2 C) $\frac{3}{16}$ D) $\frac{-1}{12}$ E) $\frac{-1}{4}$

Çözüm 3

$$\left(\frac{-1}{8}\right)^{-\frac{2}{3}} = [(-8)^{-1}]^{-\frac{2}{3}} = (-8)^{(-1) \cdot (-\frac{2}{3})} = (-8)^{\frac{2}{3}} = (-2^3)^{\frac{2}{3}} = (-2)^2 = 4$$

4. $(1 - \frac{1}{3}) \cdot (1 + \frac{1}{3}) \cdot (1 + \frac{1}{9}) = 1 - \frac{1}{3^k}$ olduğuna göre, k kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm 4

$$(1 - \frac{1}{3}) \cdot (1 + \frac{1}{3}) \cdot (1 + \frac{1}{9}) = 1 - \frac{1}{3^k} \Rightarrow \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{10}{9} = \frac{80}{81} = 1 - \frac{1}{3^k} \Rightarrow \frac{1}{3^k} = 1 - \frac{80}{81} = \frac{1}{81} = \frac{1}{3^4}$$

$$\frac{1}{3^k} = \frac{1}{3^4} \Rightarrow k = 4 \text{ elde edilir.}$$

5. a, b, c pozitif tamsayılar, c asal sayı ve $\frac{a+1}{c} = \frac{c}{b+2}$ olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $a < b < c$ B) $b < a < c$ C) $b < c < a$ D) $c < a < b$ E) $c < b < a$

Çözüm 5

$$\frac{a+1}{c} = \frac{c}{b+2} \Rightarrow c \cdot c = (a+1) \cdot (b+2) \Rightarrow c = a+1 = b+2 \text{ (c asal sayı)}$$

$$\Rightarrow b < a < c \text{ bulunur.}$$

6. a, b, c doğal sayılar ve $a + 3b = 2c + 4$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi her zaman çift sayıdır?

- A) a . b B) b . c C) a + b D) a + c E) b + c

Çözüm 6

$$a+3b = 2c+4 \Rightarrow a+3b = 2 \cdot (c+2) \Rightarrow a+3b = \text{çift (c, tek veya çift olabilir.)}$$

a tek ise 3b tek olmalı (3b tek ise b tek olmalıdır.) ----> a+b çift
a çift ise 3b çift olmalı (3b çift ise b çift olmalıdır.) ----> a+b çift

buna göre, a+b her zaman çift sayıdır.

7. A, B, C birer rakam, AB iki basamaklı bir sayı ve $AB - (A+B+C) = 47$ olduğuna göre, A kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Çözüm 7

$$AB - (A+B+C) = 47 \Rightarrow 10A+B - (A+B+C) = 47 \Rightarrow 9A - C = 47$$

$$9A - C = 47 \Rightarrow A = 6 \Rightarrow C = 7 \text{ olur. o halde, } A = 6 \text{ olur.}$$

8. Rakamları birbirinden farklı, 4 e kalansız bölünebilen, altı basamaklı en küçük sayının rakamları toplamı kaçtır?

- A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) 22

Çözüm 8

$$abcdef \quad (a \neq b \neq c \neq d \neq e \neq f) \Leftrightarrow ef = 4k \text{ veya } ef = 00 \text{ olmalıdır.}$$

$$ef = 00 \Rightarrow e = f = 0 \quad (\text{rakamlar birbirinden farklı olmalı})$$

$$ef = 4.k \Rightarrow \text{en küçük altı basamaklı sayı} = 1023ef \Rightarrow e = 4 \text{ için } f = 8 \text{ olmalıdır.}$$

$$(a \neq b \neq c \neq d \neq e \neq f) = (1 \neq 0 \neq 2 \neq 3 \neq 4 \neq 8)$$

$$102348 \Rightarrow 1+0+2+3+4+8 = 18$$

Not : Bir sayının 4 ile tam olarak bölünebilmesi için, sayının son iki basamağının 00 veya 4 ün katları olması gerekir.

Bir sayının 4 ile bölümünden kalan, sayının son iki basamağının 4 e bölümündeki kalana eşittir.

9. Birbirinden farklı olan ve $A+B = C+D$ eşitliğini sağlayan A, B, C, D rakamları kullanılarak dört basamaklı ABCD sayıları (1542 ve 7153 gibi) oluşturuluyor.

Buna göre, 9 a kalansız bölünebilen ABCD sayılarının her biri için A.B çarpımı aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) 0 B) 8 C) 12 D) 18 E) 20

Çözüm 9

$$A+B+C+D = 9k \quad (A+B = C+D) \Rightarrow 2.(A+B) = 9k \Rightarrow A+B = 9m$$

A+B toplamı 9 veya 18 olmalıdır.

$$A+B = 9 \text{ için, } (9+0), (8+1), (6+3), (5+4) \Rightarrow \{A.B\} = \{0, 8, 18, 20\}$$

$$A+B = 18 \text{ için, } (9+9) \text{ olur } A = B \quad (A \neq B \neq C \neq D)$$

Seçeneklerden, cevap 12 elde edilir.

Not : Bir sayının 9 ile tam bölünebilmesi için, sayının rakamları toplamının 9 veya 9 un katları olması gerekir.

Bir sayının 9 a bölümündeki kalan, sayının rakamları toplamının 9 a bölümündeki kalana eşittir.

10. U kümesi, 1, 2, 3, 4 rakamları kullanılarak oluşturulan ve rakamları birbirinden farklı olan dört basamaklı bütün doğal sayıların kümesidir. U nun elemanlarından 4 rakamı 1 rakamının solunda olanlar A kümesini, 4 rakamı 2 rakamının sağında olanlar B kümesini oluşturuyor.

Buna göre, A U B kümesinin eleman sayısı kaçtır?

A) 12 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

Çözüm 10

$$U = \{1,2,3,4\}$$

$$\Rightarrow \text{Rakamları birbirinden farklı olan dört basamaklı sayıların sayısı} = 4.3.2.1 = 24$$

$$s(A) + s(B) = 24 \Rightarrow s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$$

$$s(A \cup B) = 24 - \{3241, 2413, 2341, 2431\} = 24 - 4 = 20 \text{ elde edilir.}$$

11. $x + y = -1$ ve $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}$ olduğuna göre, x.y çarpımı kaçtır?

A) -6 B) -3 C) 1 D) 3 E) 6

Çözüm 11

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{y+x}{x.y} = \frac{1}{6} \quad (x + y = -1) \Rightarrow \frac{-1}{x.y} = \frac{1}{6} \Rightarrow x.y = -6 \text{ olur.}$$

12. $\frac{x^6 - 1}{(x - \frac{1}{x}) \cdot (x^2 + \frac{1}{x^2} + 1)}$ ifadesinin sadeleştirilmiş biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) x C) x² D) x³ E) x⁶

Çözüm 12

$$\frac{x^6 - 1}{(x - \frac{1}{x}) \cdot (x^2 + \frac{1}{x^2} + 1)} = \frac{x^6 - 1}{x^3 - \frac{1}{x^3}} = \frac{x^6 - 1}{\frac{x^3 \cdot x^3 - 1}{x^3}} = \frac{x^6 - 1}{\frac{x^6 - 1}{x^3}} = x^3 \text{ elde edilir.}$$

13. $x \neq 1$ olmak üzere, $2^{2x+y} - 2^{x+y+1} - 2^x + 2 = 0$ olduğuna göre, x ile y arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x + y = 0$ B) $2x - y = 0$ C) $x + 2y = 0$ D) $x - y = 0$ E) $x + y = 0$

Çözüm 13

$$2^{2x+y} - 2^{x+y+1} - 2^x + 2 = 0 \Rightarrow 2^{2x} \cdot 2^y - 2^x \cdot 2^y \cdot 2^1 - 2^x + 2 = 0 \Rightarrow 2^x = a \text{ ve } 2^y = b \text{ olsun.}$$

$$a^2 \cdot b - 2 \cdot a \cdot b - a + 2 = 0 \Rightarrow ab \cdot (a-2) - (a-2) = 0 \Rightarrow (a-2) \cdot (ab-1) = 0$$

$$a - 2 = 0 \Rightarrow 2^x = 2 \Rightarrow x = 1 \text{ (} x \neq 1 \text{ olmak üzere)}$$

$$a \cdot b - 1 = 0 \Rightarrow a \cdot b = 1 \Rightarrow 2^x \cdot 2^y = 1 = 2^0 \Rightarrow 2^{x+y} = 2^0 \Rightarrow x+y = 0 \text{ elde edilir.}$$

14. $x < 0 < y$ olmak üzere, $\frac{x^2 + 2|x \cdot y| + y^2}{|y - x|}$ ifadesinin esiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x + y$ B) $x - y$ C) $-x + y$ D) $-x - y$ E) xy

Çözüm 14

$$x < 0 \Rightarrow |x| = -x$$

$$\frac{x^2 + 2|x \cdot y| + y^2}{|y - x|} = \frac{x^2 - 2xy + y^2}{y - x} = \frac{(x - y)^2}{-(x - y)} = -(x - y) = y - x$$

15. Her x gerçel sayısı için, $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = (x^2 - 1) \cdot (px^2 + qx + r) + 2x - 1$ olduğuna göre, a + c + e toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

Çözüm 15

$$\begin{aligned} ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e &= (x^2-1).(px^2+qx+r) + 2x - 1 \\ &= px^4 + qx^3 + rx^2 - px^2 - qx - r + 2x - 1 \\ &= px^4 + qx^3 + (r-p)x^2 + (2-q)x + (-r-1) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow p = a, \quad q = b, \quad r - p = c, \quad 2 - q = d, \quad -r - 1 = e$$

$$\Rightarrow a + c + e = p + r - p - r - 1 = -1$$

16. Gerçel sayılar üzerinde Δ işlemi, $a \Delta (b + 1) = a - b + a.b$ biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $(a+1) \Delta b$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $1 + a.b$ B) $b + a.b$ C) $a + b + a.b$ D) $-a + 2b + a.b$ E) $1 + a + b + a.b$

Çözüm 16

$$a \Delta (b + 1) = a - b + a.b = a.(1+b) - b \underline{+1-1} = a.(1+b) - (1+b) + 1$$

$$(a+1) \Delta b = (a+1).b - b + 1 = a.b + 1$$

Not : Δ işlemi, a ve $b+1$ olarak verildiğinden, eşitliğin sağ tarafını bu ifadelere göre düzenleriz.

17. Bir sınıftaki kız öğrencilerin sayısının %48 i, erkek öğrencilerin sayısının $\frac{2}{3}$ üne esittir.

Bu sınıfta en az kaç öğrenci vardır?

- A) 42 B) 43 C) 45 D) 48 E) 60

Çözüm 17

$$\text{kız.}\%48 = \text{erkek.}\frac{2}{3} \Rightarrow \text{kız.}\frac{48}{100} = \text{erkek.}\frac{2}{3} \Rightarrow \frac{\text{kız}}{\text{erkek}} = \frac{100}{72} = \frac{25}{18}$$

Bu sınıfta en az öğrenci sayısı = kız + erkek = 25 + 18 = 43 [(18,25) aralarında asal]

18. 80 koltuklu bir tiyatro salonunun a sayıda koltuğuna oturulduğunda bos kalan koltukların sayısı $a+4$, b sayıda koltuğuna oturulduğunda ise bos kalan koltukların sayısı $a+14$ tür.

Buna göre, b kaçtır?

- A) 24 B) 26 C) 28 D) 30 E) 32

Çözüm 18

$$80 = a + (a+4) \Rightarrow 2a = 76 \Rightarrow a = 38 \text{ koltuğu dolu}$$

$$80 = b + (a+14) \Rightarrow 80 = b + (38+14) \Rightarrow 80 = b + 52 \Rightarrow b = 28$$

19. Bir bakkal kilogramı 600,000 TL den aldığı yas sabunları kurutarak kuru sabunların kilogramını 1,200,000 TL den satıyor.

Bakkal bu satıstan %60 kâr elde ettiğine göre, 1 kilogram yas sabun kuruyunca kaç gram olmuştur?

- A) 800 B) 820 C) 850 D) 880 E) 900

Çözüm 19

1 kg yaş sabun alış = 600,000 ve %60 kar ise

1 kg yaş sabun satış = 600,000 + %60.600,000 = 960,000 = x kg kuru sabun satış

1 kg kuru sabun satış	1,200,000
x kg kuru sabun satış	960,000

$$x \cdot 1,200,000 = 1.960,000 \Rightarrow x = \frac{960,000}{1,200,000} = \frac{96}{120} = \frac{4}{5} = 0,8 \text{ kg} = 800 \text{ gr}$$

20. Bir fabrika %72 kapasiteyle ve günde 15 saat çalıştırıldığında 10 günde ürettiği miktardaki ürünü, %90 kapasiteyle ve günde 12 saat çalıştırılırsa kaç günde üretir?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Çözüm 20

%72 kapasite	15 saat	10 gün	x miktar	}	$72 \cdot 15 \cdot 10 = 90 \cdot 12 \cdot y \Rightarrow y = 10 \text{ gün}$
%90 kapasite	12 saat	y gün	x miktar		

21. Aralarındaki yol 450 km olan A ve B kentlerinden aynı anda, sabit hızla birbirine doğru hareket eden iki araç 2,5 saat sonra karşılaşıyor.

Bu iki araçtan birinin hızı değiştirilmediğine göre, diğerinin saatteki hızı kaç km artırılırsa karşılaşma, hareketten 2 saat sonra gerçekleşir?

- A) 25 B) 30 C) 35 D) 40 E) 45

Çözüm 21

$$450 = v_A \cdot 2,5 + v_B \cdot 2,5 \Rightarrow v_A + v_B = 180 \quad (v_A \text{ sabit kalsın.})$$

$$450 = v_A \cdot 2 + v_X \cdot 2 \Rightarrow v_A + v_X = 225$$

$$\underline{v_X - v_B = 45 \text{ km/saat}}$$

22. 200 metrelik bir kosuda birinci gelen atlet kosuyu, ikinciden 10 metre, üçüncüden de 29 metre önde bitirmiştir.

Buna göre, ikinci gelen atlet kosuyu üçüncüden kaç metre önde bitirecektir?

(Atletlerin sabit hızla kostukları varsayılacaktır.)

A) 19,5 B) 20 C) 20,5 D) 21 E) 21,5

Çözüm 22

2. gelen atlet 190 metrede ve 2. atletle 3. atlet aralarındaki fark 19 metredir.

$$\frac{190. \text{ metrede}}{200. \text{ metrede}} \quad \frac{\text{aralarındaki fark } 19 \text{ metre}}{x \text{ metre}} \quad (\text{doğru orantı})$$

$$190 \cdot x = 19 \cdot 200 \Rightarrow x = 20 \text{ metre bulunur.}$$

23. Ahmet ve Barıs bir isi birlikte 6 saatte bitiriyor. Barıs aynı isi tek başına Ahmet'in tek başına bitirebileceğinden 5 saat erken bitiriyor.

Buna göre, Barıs bu isi tek başına kaç saatte bitirir?

A) 10 B) 13 C) 16 D) 18 E) 20

Çözüm 23

$$\text{Ahmet ve Barıs bir isi birlikte 6 saatte bitiriyor.} \Rightarrow \frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{1}{6}$$

Barıs aynı isi tek başına t-5 sürede , Ahmet aynı işi tek başına t sürede bitiriyor olsun.

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{1}{t} + \frac{1}{t-5} = \frac{1}{6} \Rightarrow t \cdot (t-5) = 6 \cdot (2t-5) \Rightarrow t^2 - 17t + 30 = 0$$

$$\Rightarrow (t-15) \cdot (t-2) = 0 \Rightarrow t = 15 \Rightarrow t-5 = 15-5 = 10 \text{ saat}$$

24. Bir belediye, abonelerinden kullandıkları ilk 10 m³ suyun her bir m³ ü için sabit bir ücret, 10 m³ ten sonraki her bir m³ ü için ise öncekinden farklı ve yine sabit bir ücret almaktadır.

Buna göre, 18 m³ su kullandığında 28,000,000 TL, 24 m³ su kullandığında ise 40,000,000 TL ödeyen bir abone, yalnızca 1 m³ su kullandığında kaç TL öder?

- A) 800,000 B) 1,000,000 C) 1,200,000 D) 1,300,000 E) 1,400,000

Çözüm 24

İlk 10 m³ suyun 1 m³ ücreti = x ve 10 m³ tem sonraki suyun 1 m³ ücreti = y olsun.

$$18 = 10 + 8 \Rightarrow 10.x + 8.y = 28,000,000$$

$$24 = 10 + 14 \Rightarrow 10.x + 14.y = 40,000,000$$

$$14.y - 8.y = 40,000,000 - 28,000,000 \Rightarrow y = 2,000,000$$

Birinci denklemde yerine yazalım. $10.x + 8.2,000,000 = 28,000,000$

$$\Rightarrow 10.x = 12,000,000 \Rightarrow x = 1,200,000$$

25. Bir alıcı, bir kumaşın satış fiyatından %10 indirim yapıldığında elindeki parayla indirimsiz fiyattan alabileceği kumastan 20 cm daha fazla kumaş alabiliyor.

Bu alıcının elindeki parayla indirimli fiyattan alabileceği kumaş kaç cm dir?

- A) 200 B) 210 C) 220 D) 250 E) 280

Çözüm 25

I. Yol

kumaşın satış fiyatı, indirimsiz fiyat = s olsun.

$$\%10 \text{ indirim yapılırsa, İndirimli fiyat} = s - \%10.s = \%90.s = \frac{90.s}{100} \text{ olur.}$$

Başlangıçta x cm kumaş alsın... indirimli fiyattan x + 20 cm kumaş alır.

$$\text{indirimsiz fiyat} = s \quad x \text{ cm}$$

$$\text{İndirimli fiyat} = \frac{90.s}{100} \quad x+20 \text{ cm} \quad (\text{ters orantı})$$

$$s.x = \%90.s.(x+20) \Rightarrow s.x = \frac{90.s}{100}.(x+20) \Rightarrow x = 180 \Rightarrow x+20 = 180+20 = 200$$

II. Yol

kumaşın satış fiyatı 100 lira olsun.

%10 indirim yapılırsa; 90 lira olur.

Başlangıçta x cm kumaş alsın... indirimli fiyattan x + 20 cm kumaş alır.

100 lira x cm

90 lira x+20 cm (ters orantı)

$$100 \cdot x = 90 \cdot (x+20) \Rightarrow 10 \cdot x = 1800 \Rightarrow x = 180$$

$$x + 20 = 200$$

26. Aslı, Hakan ve Tolga'nın bugünkü yaşları toplamı 72 dir. Aslı, Hakan'ın bugünkü yaşına geldiğinde, Tolga'nın yaşı da Hakan'ın yaşının iki katı olacaktır.

Buna göre, Hakan'ın bugünkü yaşı kaçtır?

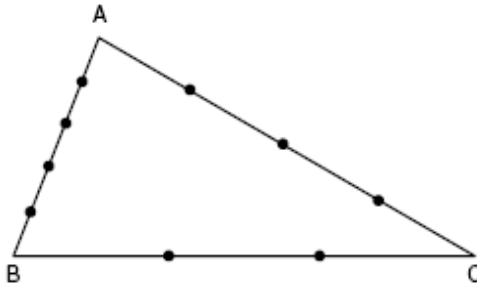
- A) 12 B) 16 C) 18 D) 24 E) 32

Çözüm 26

$$a + h + t = 72 \quad , \quad a = h \Rightarrow t = 2h$$

$$h + h + 2h = 72 \Rightarrow 4h = 72 \Rightarrow h = 18$$

27.



Yukarıdaki ABC üçgeninin kenarları üzerinde 9 nokta verilmiştir.

Köseleri bu 9 noktadan üçü olan kaç üçgen oluşturulabilir?

- A) 64 B) 69 C) 74 D) 79 E) 84

Çözüm 27

Aynı doğru parçası üzerinde bulunan üç nokta bir üçgen oluşturamaz.

O halde, AB üzerinde bulunan 4 nokta ve AC üzerinde bulunan 3 nokta, üçgen oluşturamayacağı için bütün noktaların oluşturacağı üçgen sayısından, bunların oluşturamayacağı üçgen sayısını çıkartırız.

$$\binom{9}{3} - \left(\binom{4}{3} + \binom{3}{3} \right) = \frac{9!}{(9-3)!3!} - (4+1) = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3 \cdot 2 \cdot 1} - 5 = 84 - 5 = 79$$

28. Bes sorudan oluşan bir ankette her soruya A, B, C, D, E yanıtlarından birinin verilmesi gerekmektedir.

Asağıdaki tabloda Arzu, Burcu, Ceren, Deniz ve Ebru'nun bu anketteki sorulara vermiş oldukları yanıtlarının bazıları gösterilmiştir.

	1. soru	2. soru	3. soru	4. soru	5. soru
Arzu	A	C			
Burcu		B	C		
Ceren	D			B	
Deniz					
Ebru		E	B	A	

Tablo, bu kisilerin verdikleri diğer yanıtlarla tümüyle doldurulduğunda hiçbir satır ve hiçbir sütunda harf tekrarı bulunmadığına göre, Ceren'in 3. soruya verdiği yanıt nedir?

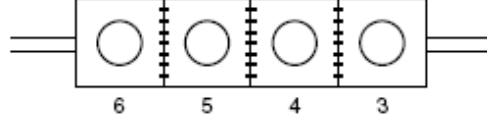
- A) A B) B C) C D) D E) E

Çözüm 28

Ceren 2. soru = A {2. sorunun sütununa göre, A veya D olabilir. Ceren satırında D olduğundan}

Ceren 3. soru = E {3. sorunun sütununa göre, A, D veya E olabilir. Ceren satırında D, A olduğundan}

29. Aşağıdaki şekil, özel amaçlı bir otomobile takılan ve dört bölümden oluşan bir kilometre sayacını göstermektedir.



Bu sayacın en sağdaki bölümü otomobilin hareketiyle sıfırdan başlayarak her kilometrede 1 artan rakamlar göstermektedir. Bu bölümün 3 ü göstermesi gerektiğinde bu bölüm sıfırlanıp bir soldaki bölümün rakamı 1 artmaktadır. Aynı işi ikinci bölüm 4 için, üçüncü bölüm 5 için, en soldaki bölüm de 6 için yapmaktadır. Örneğin, hareketten 10 km sonra sayaç 0031 gösterecektir.

Sıfırlanmış sayaçla harekete başlayan bu otomobilin sayacı 100 km sonra aşağıdakilerden hangisini gösterir?

- A) 1131 B) 1311 C) 3111 D) 3131 E) 3311

Çözüm 29

$$100 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow 3. \text{ gösterge } 1 \text{ gösterir.}$$

$$33 \equiv 1 \pmod{4} \Rightarrow 4. \text{ gösterge } 1 \text{ gösterir.}$$

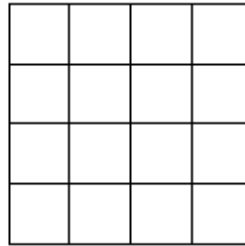
$$8 \equiv 3 \pmod{5} \Rightarrow 5. \text{ gösterge } 3 \text{ gösterir.}$$

$$1 \equiv 1 \pmod{6} \Rightarrow 6. \text{ gösterge } 1 \text{ gösterir.}$$

$$\begin{array}{r|l} 100 & 3 \\ \hline & 33 \\ \hline & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 33 & 4 \\ \hline & 8 \\ \hline & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 8 & 5 \\ \hline & 1 \\ \hline & 3 \end{array}$$

Sonuç, 1311 elde edilir.

30.



Sekildeki gibi es karelerden oluşan kare biçimindeki ızgara için 960 cm tel kullanılmıştır.

Bu ızgaranın çevresi kaç cm dir?

- A) 240 B) 320 C) 384 D) 448 E) 480

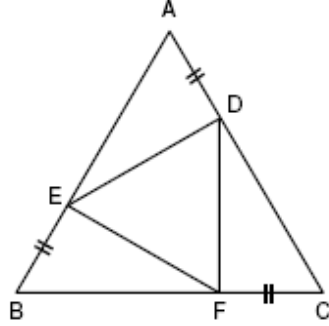
Çözüm 30

ızgara 5 yatay ve 5 dikey çubuktan oluşmuştur.

$$5+5 = 10 \text{ ızgara çubuğu} = 960 \text{ cm} \Rightarrow 1 \text{ ızgara çubuğu} = 96 \text{ cm olur.}$$

$$\text{ızgaranın çevresi} = 4 \text{ ızgara çubuğu} \Rightarrow 4.96 = 384 \text{ cm bulunur.}$$

31.



ABC bir eskenar üçgen

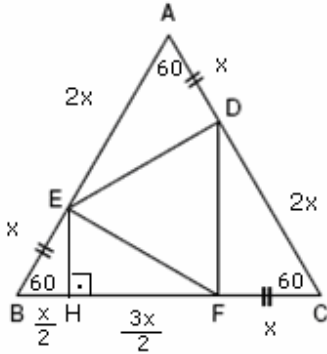
$$|AD| = |CF| = |BE|$$

Yukarıdaki şekilde $|BF| = 2|FC|$ olduğuna göre, ABC eskenar üçgeninin çevresinin uzunluğunun DEF üçgeninin çevresinin uzunluğuna oranı kaçtır?

- A) $\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{3}$ D) $\sqrt{2}$ E) $3\sqrt{2}$

Çözüm 31

I. Yol



$|FC| = x$ olsun. $|BF| = 2x$ olur.

E noktasından $|BF|$ ye dik çizelim.
(BEF üçgenini yüksekliği)

EBH üçgeni, 30 - 60 - 90 üçgeni olur.

$$|EB| = x \Rightarrow |BH| = \frac{x}{2} \text{ ve } |EH| = \frac{\sqrt{3}x}{2}$$

EHF üçgeninde,

$$|EH| = \frac{\sqrt{3}x}{2} \text{ ve } |HF| = \frac{3x}{2} \Rightarrow |EF| = \sqrt{3}x \text{ olur.}$$

Buradan, BEF üçgeninin 30 - 60 - 90 üçgeni olduğu anlaşılır.

ADE üçgeni ve CFD üçgeninde, 30 - 60 - 90 üçgeni olur. O halde, DEF üçgeni eşkenar üçgendir ve bir kenarı $\sqrt{3}x$ olur.

ABC eskenar üçgeninin çevresinin uzunluğu = $3.(x+2x) = 9x$

DEF üçgeninin çevresinin uzunluğu = $3.\sqrt{3}x$

$$\Rightarrow \frac{cevre(ABC)}{cevre(DEF)} = \frac{9x}{3\sqrt{3}x} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

II. Yol

$|FC| = x$ olsun. $|BF| = 2x$ olur.

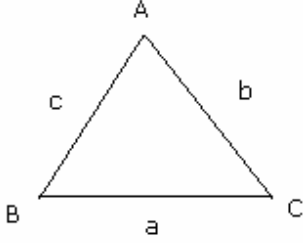
İki kenar uzunluğu ve bu kenarlar arasındaki açı bilindiğine göre,

kosinüs teoremini uygularsak, $|FD|^2 = x^2 + (2x)^2 - 2 \cdot x \cdot 2x \cdot \cos 60 \Rightarrow |FD| = \sqrt{3}x$ olur.

$|DE|$ ve $|EF|$ içinde aynı sonuç elde edilir.

$$\Rightarrow \frac{\text{cevre}(ABC)}{\text{cevre}(DEF)} = \frac{9x}{3\sqrt{3}x} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3} \text{ bulunur.}$$

Not : Kosinüs teoremi



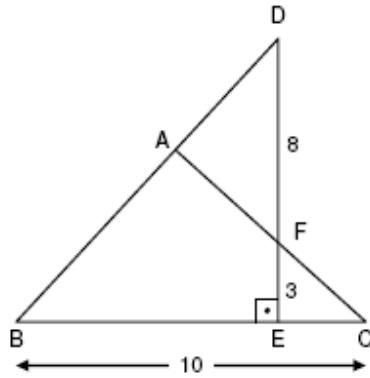
Bir ABC üçgeninde,

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos C$$

32.



ABC bir ikizkenar üçgen

$[DE] \perp [BC]$

$[DF] = 8 \text{ cm}$

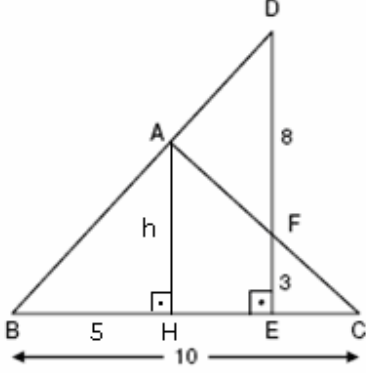
$|FE| = 3 \text{ cm}$

$|BC| = 10 \text{ cm}$

Yukarıdaki şekilde $|AB| = |AC|$ olduğuna göre, ABC üçgeninin alanı kaç cm^2 dir?

- A) 16 B) 20 C) 32 D) 35 E) 40

Çözüm 32



ABC ikizkenar üçgeninin yüksekliğini çizelim.

İkizkenar üçgende tabana ait yükseklik, aynı zamanda kenarortay olduğundan,

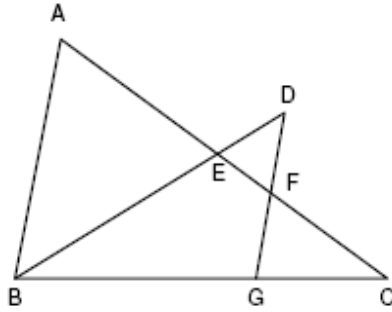
$$|BH| = |HC| = 5 \text{ olur.}$$

$$CEF \cong CHA \Rightarrow \frac{|CE|}{5} = \frac{3}{h} \Rightarrow |CE| = \frac{15}{h}$$

$$BHA \cong BED \Rightarrow \frac{5}{5 + (5 - \frac{15}{h})} = \frac{h}{8 + 3} \Rightarrow \frac{5h}{10h - 15} = \frac{h}{11} \Rightarrow 10h - 15 = 55 \Rightarrow h = 7$$

$$\text{Alan (ABC)} = \frac{h \cdot 10}{2} = \frac{7 \cdot 10}{2} = 35$$

33.



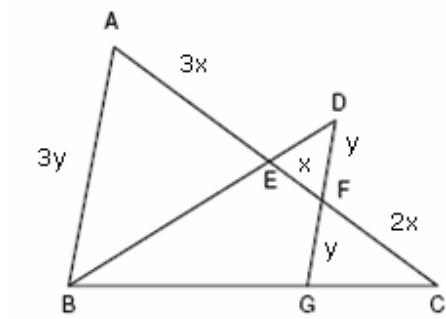
[BA] // [GD]

Yukarıdaki şekilde $2|AE| = 6|EF| = 3|FC|$ dir.

Buna göre, $\frac{|DF|}{|FG|}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{2}{3}$ D) 1 E) 2

Çözüm 33



$$|EF| = x \text{ olsun.}$$

$$2|AE| = 6|EF| = 3|FC|$$

$$|AE| = 3x \text{ ve } |FC| = 2x \text{ olur.}$$

$$[BA] \parallel [GD]$$

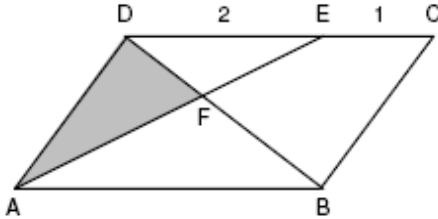
$$CGF \cong CBA \Rightarrow \frac{2x}{6x} = \frac{|GF|}{|BA|} \Rightarrow \frac{|GF|}{|BA|} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow |BA| = 3|GF| \Rightarrow |GF| = y \text{ olsun. } |BA| = 3y \text{ olur.}$$

$$EDF \cong EBA \Rightarrow \frac{|ED|}{|EB|} = \frac{|EF|}{|EA|} = \frac{|DF|}{|BA|} \Rightarrow \frac{x}{3x} = \frac{|DF|}{3y} \Rightarrow |DF| = y \text{ bulunur.}$$

$$\text{O halde, } \frac{|DF|}{|FG|} = \frac{y}{y} = 1 \text{ elde edilir.}$$

34.



ABCD bir paralelkenar

$$|DE| = 2 \text{ cm}$$

$$|EC| = 1 \text{ cm}$$

Yukarıdaki şekilde taralı DAF üçgeninin alanı $a \text{ cm}^2$ olduğuna göre, ABCD paralelkenarının alanı kaç cm^2 dir?

- A) $\frac{7a}{2}$ B) $\frac{9a}{2}$ C) $\frac{11a}{2}$ D) $4a$ E) $5a$

Çözüm 34

$$FDE \cong FBA \Rightarrow \frac{|FD|}{|FB|} = \frac{|FE|}{|FA|} = \frac{|DE|}{|AB|} \Rightarrow \frac{|FD|}{|FB|} = \frac{|FE|}{|FA|} = \frac{2}{3}$$

Not : Yükseklikleri eşit olan üçgenlerin alanları oranı, tabanları oranına eşittir.

$$\frac{\text{alan}(DEF)}{\text{alan}(DAF)} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{\text{alan}(DEF)}{a} = \frac{2}{3} \Rightarrow \text{alan}(DEF) = \frac{2a}{3}$$

[AC] köşegenini çizelim.

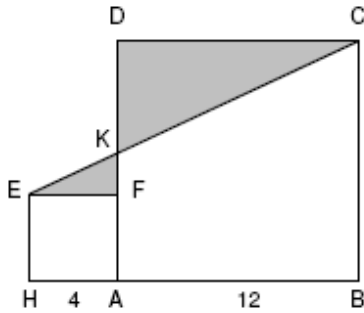
$$\frac{\text{alan}(ADE)}{\text{alan}(AEC)} = \frac{2}{1} \Rightarrow \frac{a + \frac{2a}{3}}{\text{alan}(AEC)} = \frac{2}{1} \Rightarrow \text{alan}(AEC) = \frac{5a}{6}$$

$$\text{alan}(ADC) = \text{alan}(ADE) + \text{alan}(AEC) = \left(a + \frac{2a}{3}\right) + \frac{5a}{6} = \frac{5a}{3} + \frac{5a}{6} = \frac{15a}{6} = \frac{5a}{2}$$

[AC] köşegeni, paralel kenarın alanını iki eş parçaya böldüğünden,

$$\text{alan}(ABCD) = 2 \cdot [\text{alan}(ADC)] = 2 \cdot \frac{5a}{2} = 5a \text{ elde edilir.}$$

35.



ABCD ve HAFE birer kare

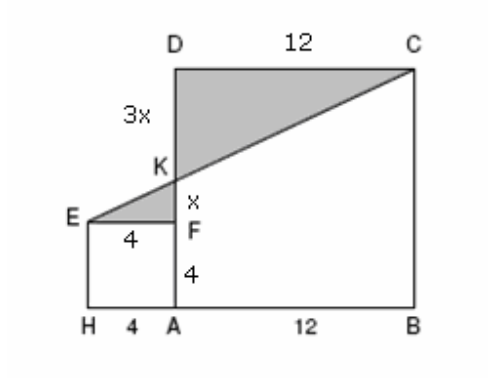
$$|HA| = 4 \text{ cm}$$

$$|AB| = 12 \text{ cm}$$

Yukarıdaki verilere göre, taralı alanların toplamı kaç cm^2 dir?

- A) 36 B) 40 C) 42 D) 50 E) 56

Çözüm 35



$$KEF \cong KCD \Rightarrow \frac{|KE|}{|KC|} = \frac{|KF|}{|KD|} = \frac{|EF|}{|CD|}$$

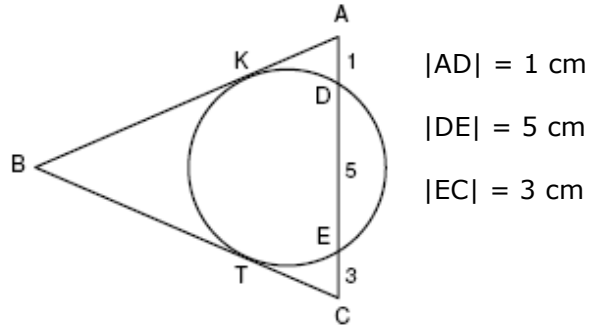
$$\Rightarrow \frac{|KF|}{|KD|} = \frac{4}{12} \Rightarrow \frac{|KF|}{|KD|} = \frac{1}{3} \Rightarrow |KD| = 3|KF|$$

$$|KF| = x \text{ olsun. } |KD| = 3x \text{ olur.}$$

$$4 + x + 3x = 12 \Rightarrow x = 2 \text{ bulunur.}$$

$$\text{Taralı alan} = \text{alan (KFE)} + \text{alan (KDC)} \Rightarrow \text{Taralı alan} = \frac{2 \cdot 4}{2} + \frac{6 \cdot 12}{2} = 4 + 36 = 40$$

36.



$$|AD| = 1 \text{ cm}$$

$$|DE| = 5 \text{ cm}$$

$$|EC| = 3 \text{ cm}$$

Yukarıdaki şekilde ABC üçgeninin AB kenarı çembere K noktasında, BC kenarı ise T noktasında teğet olduğuna göre, $|BC| - |BA|$ farkı kaç cm dir?

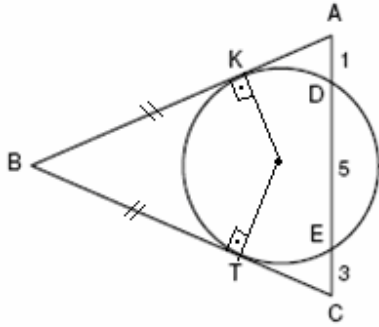
- A) $\sqrt{3}$ B) $3 - \sqrt{3}$ C) $6 - \sqrt{3}$ D) $\sqrt{6}$ E) $6 - \sqrt{6}$

Çözüm 36

Çemberde kuvvet bağıntısına göre,

$$|AK|^2 = 1 \cdot (1+5) \Rightarrow |AK|^2 = 6 \Rightarrow |AK| = \sqrt{6}$$

$$|CT|^2 = 3 \cdot (3+5) \Rightarrow |CT|^2 = 24 \Rightarrow |CT| = 2\sqrt{6} \text{ elde edilir.}$$



Çemberde teğet özelliklerine göre,

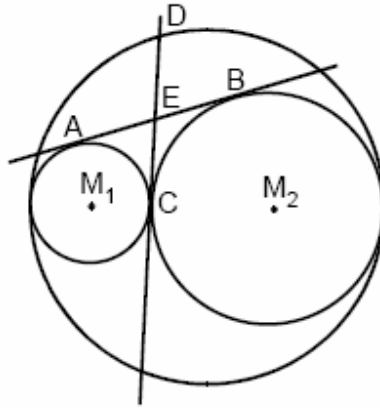
$$|BK| = |BT| \text{ olur. } |BK| = |BT| = x \text{ olsun.}$$

$$|BC| - |BA| = (|BT| + |TC|) - (|BK| + |KA|)$$

$$= (x + 2\sqrt{6}) - (x + \sqrt{6})$$

$$= \sqrt{6}$$

37.

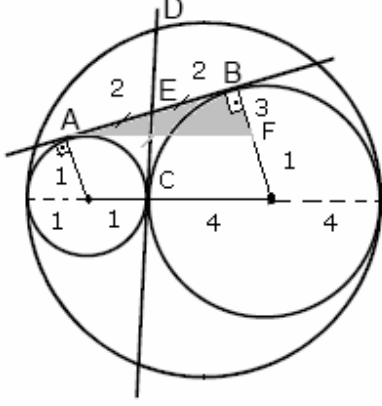


Yukarıdaki şekilde yarıçapı 1 cm olan M_1 merkezli çember, yarıçapı 4 cm olan M_2 merkezli çembere C noktasında teğettir. AB ve CD doğruları bu iki çemberin ortak teğetleridir ve D noktası bu iki çembere de teğet olan büyük çember üzerindedir.

Buna göre, $|DE|$ uzunluğu kaç cm dir?

- A) $\sqrt{5}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{2}$ D) 3 E) 2

Çözüm 37



Verilen değerleri yerine yazalım.

Yarıçaplara paralel AF uzunluğunu çizelim.

$$|AF| = 5 \text{ ve } |BF| = 3 \Rightarrow |AB| = 4$$

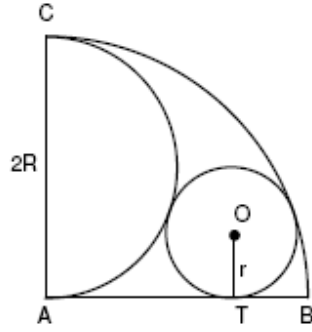
$$|AE| = |EC| = |EB| = 2 \text{ olur.}$$

C noktasının büyük çembere göre kuvveti,

$$(x+2) \cdot (x+2) = 2 \cdot 8 \Rightarrow x+2 = 4 \Rightarrow x = 2$$

Not : Büyük çember ile birbirine teğet verilen çemberlerin merkezleri hakkında noksan bilgi verildiğinden soru iptal edilmiştir.

38.



$$|AC| = 2R \text{ cm}$$

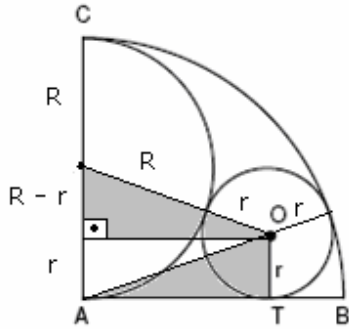
$$|OT| = r \text{ cm}$$

Yukarıdaki şekilde yarıçapı $|OT|$ olan O merkezli çember, yarıçapı $|AB|$ olan A merkezli çeyrek çembere, çapı $|AC|$ olan yarım çembere ve T noktasında $[AB]$ doğru parçasına teğettir.

Buna göre, R nin r türünden esiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2r$ B) $4r$ C) $6r$ D) $r\sqrt{2}$ E) $r \cdot (\sqrt{2} + 1)$

Çözüm 38



$$|OT| = r \Rightarrow |AO| = 2R - r$$

AOT üçgeninde pisagor uygulanırsa,

$$(2R-r)^2 = |AT|^2 + r^2 \Rightarrow |AT|^2 = 4R^2 - 4Rr$$

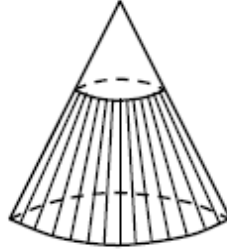
Diğer üçgende de pisagor uygulanırsa,

$$(R+r)^2 = (R-r)^2 + |AT|^2$$

$$R^2 + 2Rr + r^2 = R^2 - 2Rr + r^2 + 4R^2 - 4Rr$$

$$8Rr = 4R^2 \Rightarrow R = 2r \text{ elde edilir.}$$

39.



Sekildeki dik koni, tabana paralel bir düzlemlle kesiliyor.

Meydana gelen kesik koninin yüksekliği, başlangıçtaki dik koninin yüksekliğinin $\frac{2}{3}$ katı olduğuna göre, başlangıçtaki dik koninin hacmi, kesik koninin hacminin kaç katıdır?

- A) $\frac{64}{27}$ B) $\frac{27}{26}$ C) $\frac{27}{8}$ D) $\frac{9}{4}$ E) $\frac{3}{2}$

Çözüm 39

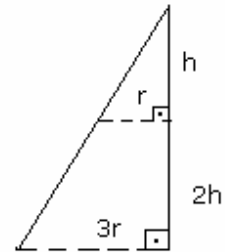
Başlangıçtaki dik koninin yüksekliği = $3h$ ve başlangıçtaki dik koninin yarıçapı = $3r$ olsun.

Üstteki dik koninin yüksekliği = h ve üstteki dik koninin yarıçapı = r olur.

$$\text{başlangıçtaki dik koninin hacmi} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (3r)^2 \cdot 3h = 9\pi r^2 \cdot h$$

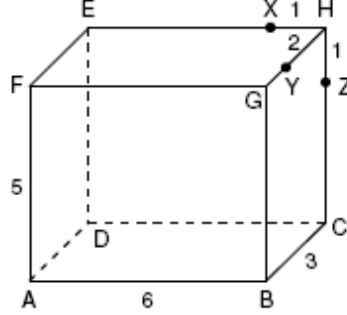
$$\text{kesik koninin hacmi} = 9\pi r^2 \cdot h - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{26}{3} \pi r^2 \cdot h$$

$$\frac{9\pi r^2 \cdot h}{\frac{26}{3} \pi r^2 \cdot h} = \frac{9}{\frac{26}{3}} = \frac{27}{26}$$



40.

- $|AB| = 6$ birim
 $|BC| = 3$ birim
 $|AF| = 5$ birim
 $|HX| = |HZ| = 1$ birim
 $|HY| = 2$ birim

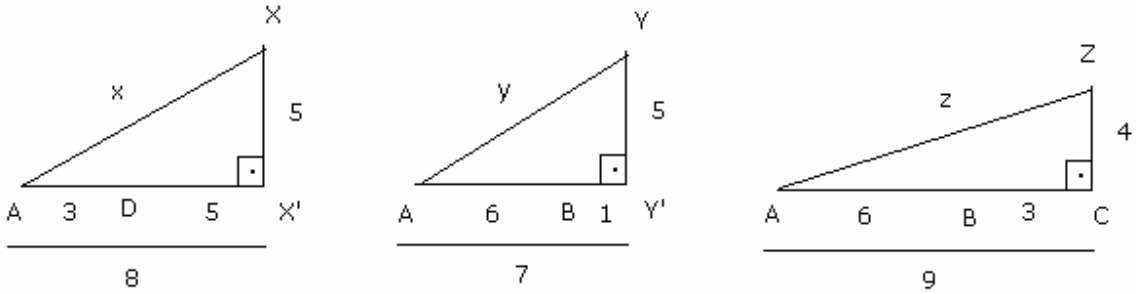


Yukarıdaki gibi dikdörtgenler prizması şeklindeki bir kutunun A köşesinden harekete başlayan üç karıncadan birincisi X, ikincisi Y, üçüncüsü Z noktasına sırasıyla x, y ve z birim yol alarak ulaşmıştır.

Kutunun ABCD tabanından geçemeyen bu karıncalar X, Y ve Z noktalarına kutu yüzeyinde kalarak en kısa yollardan ulaştıklarına göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $x < y < z$ B) $x < z < y$ C) $y < x < z$ D) $y < z < x$ E) $z < y < x$

Çözüm 40



Birinci karınca $x^2 = (3+5)^2 + 5^2 = 64 + 25 = 89$

İkinci karınca $y^2 = (6+1)^2 + 5^2 = 49 + 25 = 74$

Üçüncü karınca $z^2 = (6+3)^2 + 4^2 = 81 + 16 = 97$

$y^2 < x^2 < z^2 \Rightarrow y < x < z$

Not : verilen değerlere göre, şekilleri tek boyuta indirip, pisagordan en kısa yolları buluruz.

41. Koordinat düzleminde koordinatları m, n tamsayıları olan bir $P(m,n)$ noktasına kafes noktası adı verilir.

Buna göre koordinat düzleminde $|x| + |y| \leq 3$ bağıntısıyla verilen bölgede kaç tane kafes noktası vardır?

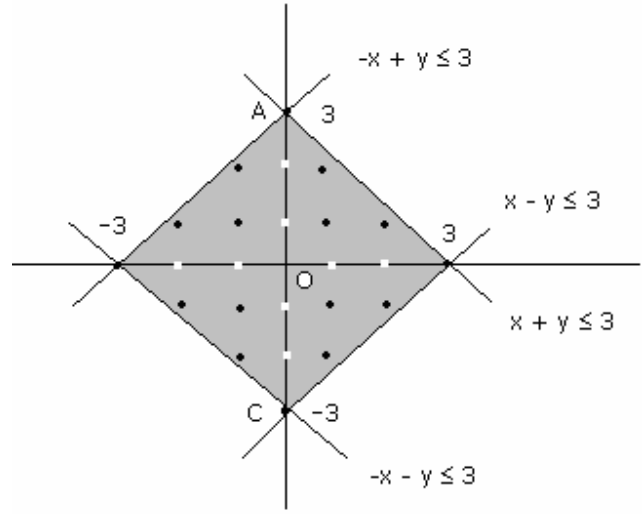
A) 21 B) 25 C) 27 D) 30 E) 36

Çözüm 41

I. Yol

$$\begin{aligned} |x| + |y| \leq 3 &\Rightarrow x + y \leq 3 \\ &\Rightarrow x - y \leq 3 \\ &\Rightarrow -x + y \leq 3 \\ &\Rightarrow -x - y \leq 3 \end{aligned}$$

Bağıntının grafiği, xoy ekseninde çizildiğinde 25 kafes noktasının oluştuğu görülür.



II. Yol

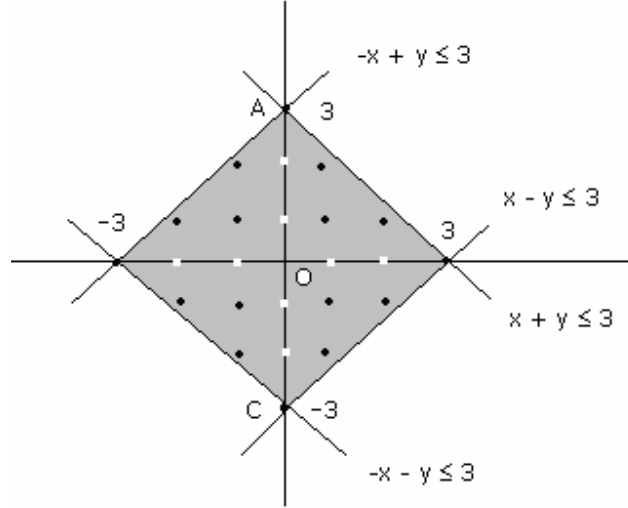
$$\begin{aligned} |x| = 0 &\Rightarrow |y| \leq 3 \Rightarrow -3 \leq y \leq 3 && 7 \text{ tane } (\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}) \\ |x| = 1 &\Rightarrow |y| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq y \leq 2 && 5 \text{ tane ama } x = \pm 1 \text{ olduğu için } 5 \cdot 2 = 10 \text{ tane} \\ |x| = 2 &\Rightarrow |y| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq y \leq 1 && 3 \text{ tane ama } x = \pm 2 \text{ olduğu için } 3 \cdot 2 = 6 \text{ tane} \\ |x| = 3 &\Rightarrow |y| \leq 0 \Rightarrow y = 0 && 1 \text{ tane ama } x = \pm 3 \text{ olduğu için } 1 \cdot 2 = 2 \text{ tane} \end{aligned}$$

$7 + 10 + 6 + 2 = 25$ kafes noktası elde edilir.

III. Yol

Kafes noktası sayısı , A noktasından başlayarak x eksenine yaklaşıırken sayıların ikiser ikiser arttığını, x eksenindeki nokta sayısı $2r+1$ tane ve tekrar ikiser ikiser azalarak C noktasına geldigimizi düşünürsek :

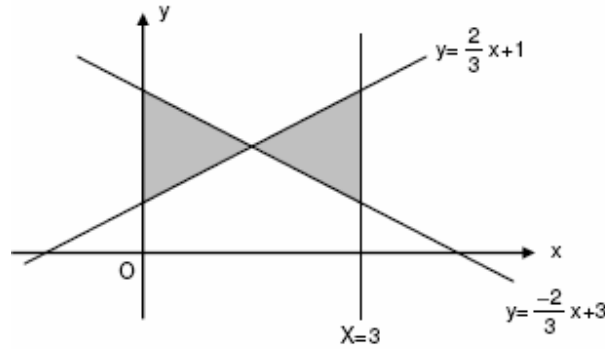
$$1+3+5+\dots+(2r-1) + (2r+1) +(2r-1)+\dots+5+3+1 = (r^2)+(2r+1)+(r^2)$$



Bu durumda $|x| + |y| \leq 3$ bölgesinin kafes noktası sayısı, $r = 3$ alarak $2r+1 = 7$ olduğunu görürsek 1 den 7 ye kadar çıkıp tekrar 1 kadar yazacağımızı kolayca tespit etmiş oluruz.

$$1+3+5+7+5+3+1 = 4^2+3^2 = 25 \text{ bulunur.}$$

42.



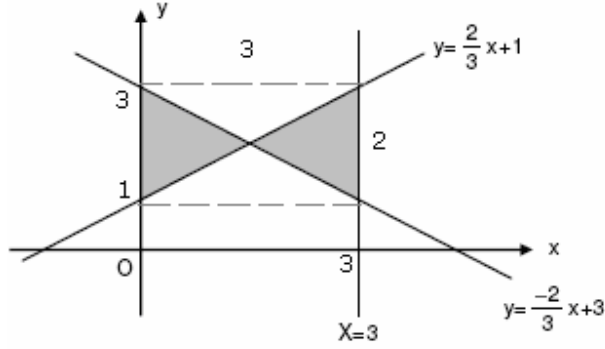
Yukarıdaki verilere göre, taralı bölgelerin alanları toplamı kaç birim karedir?

- A) 2 B) 2,5 C) 3 D) 3,5 E) 4

Çözüm 42

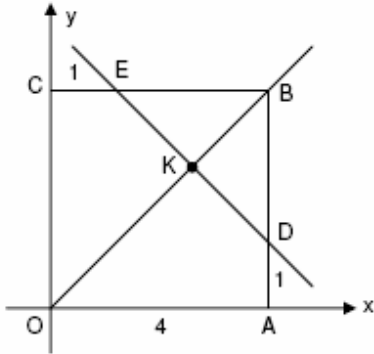
$$y = \frac{2}{3}x + 1 \Rightarrow x = 0 \text{ için, } y = 1 \text{ (0,1) ve } x = 3 \text{ için, } y = 3 \text{ (3,3)}$$

$$y = \frac{-2}{3}x + 3 \Rightarrow x = 0 \text{ için, } y = 3 \text{ (0,3) ve } x = 3 \text{ için, } y = 1 \text{ (3,1)}$$



$$\text{Taralı alan} = \frac{2 \cdot \frac{3}{2}}{2} + \frac{2 \cdot \frac{3}{2}}{2} = \frac{3}{2} + \frac{3}{2} = 3$$

43.



OABC bir kare

$|AD| = |CE| = 1$ birim

$|OA| = 4$ birim

Yukarıdaki verilere göre, OB doğrusuyla ED doğrusunun K kesim noktasının apsisi kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{7}{2}$

Çözüm 43

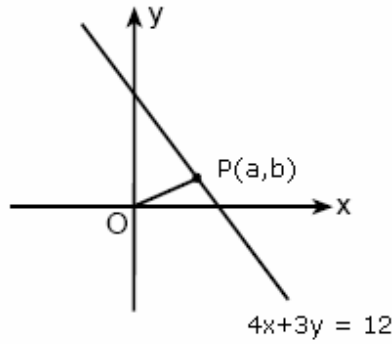
O noktası = (0,0) , B noktası = (4,4) \Rightarrow OB doğru denklemi, $y = x$

D noktası = (4,1) , E noktası = (1,4) \Rightarrow ED doğru denklemi, $\frac{y-1}{4-1} = \frac{x-4}{1-4} \Rightarrow y = 5 - x$

Bulduğumuz denklemlerin ortak çözümünden K kesim noktasını buluruz.

$$x = 5 - x \Rightarrow 2x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2} \text{ (apsis)} \quad \left\{K\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)\right\}$$

44.



Yukarıdaki şekilde $4x+3y=12$ doğrusu üzerinde herhangi bir $P(a,b)$ noktası alınmıştır.

Buna göre, $\sqrt{a^2+b^2}$ nin alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{9}{5}$ E) $\frac{12}{5}$

Çözüm 44

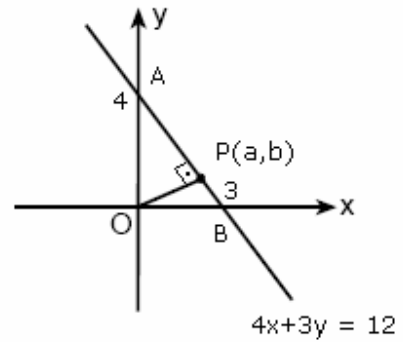
$$4x+3y=12 \Rightarrow x = 0 \text{ için, } y = 4 \text{ (0,4)}$$

$$y = 0 \text{ için, } x = 3 \text{ (3,0)}$$

$$|AB| = 5 \quad (|AB|^2 = 4^2+3^2 \text{ pisagor})$$

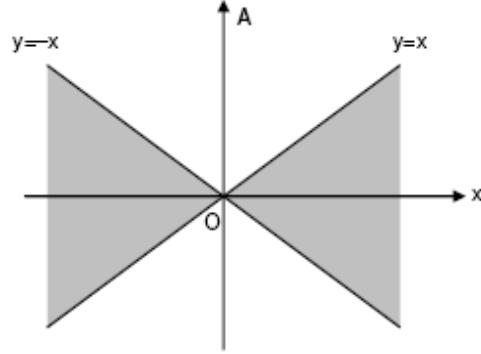
$$|OP| = \sqrt{a^2+b^2}$$

(en küçük değer olması için $OP \perp AB$ olmalıdır.)



$$\text{Üçgenin alanından, } \frac{3 \cdot 4}{2} = \frac{\sqrt{a^2+b^2} \cdot 5}{2} \Rightarrow \sqrt{a^2+b^2} = \frac{12}{5}$$

45.



Sekildeki taralı bölgede aşağıdaki eşitsizliklerden hangisiyle belirlenir?

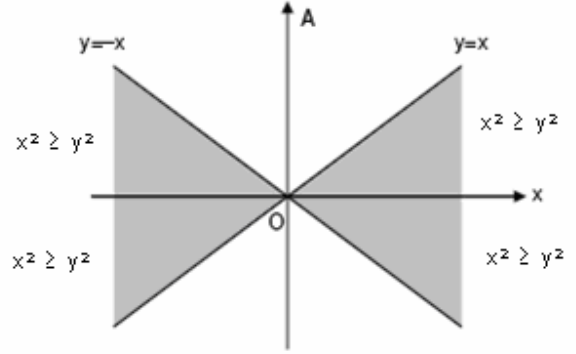
- A) $xy \geq 0$ B) $x - y \geq 0$ C) $x + y \geq 0$ D) $x^2 - y^2 \geq 0$ E) $y^2 - x^2 \geq 0$

Çözüm 45

taralı bölge de hangi nokta seçilirse seçilsin
sayı değerince (mutlak değerce)
 $x \geq y$ olmaktadır.

Dolayısıyla, $x^2 \geq y^2$ olmaktadır.

$\Rightarrow x^2 - y^2 \geq 0$ olur.



Adnan ÇAPRAZ

adnancapraz@yahoo.com

AMASYA