

ÖSYM Tarafından 10 Soru Yayınlanmıştır.

4. x gerçel sayısı için

$$\sqrt{\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}} = \sqrt{x}+2$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

5. a ve b gerçel sayılarının geometrik ortalaması 4, a - 1 ve b + 1 sayılarının geometrik ortalaması ise 6'dır.

Buna göre, a - b farkı kaçtır?

- A) 20 B) 21 C) 22 D) 23 E) 24

12. a ve b gerçel sayıları için $(|a|-a)(|b|+b) > 0$ olduğu biliniyor.

Buna göre,

- I. $a+b < 0$
II. $a-b < 0$
III. $a \cdot b < 0$

ifadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

17. Bir öğrenci, doğru olduğunu düşündüğü aşağıdaki iddiayı ispatlarken bir hata yapmıştır.

İddia: $f : X \rightarrow Y$ bir fonksiyon, A ve B kümeleri X'in birer alt kümesi olmak üzere $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$ 'dir.

Öğrencinin ispatı: $f(A \cap B)$ ve $f(A) \cap f(B)$ kümelerinin birbirlerinin alt kümeleri olduğunu gösterirsem ispat biter.

Şimdi $c \in f(A \cap B)$ alalım.

- I. $c = f(d)$ olacak biçimde bir $d \in A \cap B$ vardır.
II. $d \in A$ ve $d \in B$ olduğundan $f(d) \in f(A)$ ve $f(d) \in f(B)$ 'dir. Böylece $c = f(d) \in f(A) \cap f(B)$ olur.

Diğer taraftan $c \in f(A) \cap f(B)$ alalım.

- III. $c \in f(A)$ ve $c \in f(B)$ 'dir. Buradan $c = f(a)$ olacak biçimde bir $a \in A$ ve $c = f(b)$ olacak biçimde bir $b \in B$ vardır.
IV. $c = f(a)$ ve $c = f(b)$ olduğundan $a = b$ 'dir.
V. $a \in A$, $b \in B$ ve $a = b$ olduğundan $a \in A \cap B$ ve böylece $c = f(a) \in f(A \cap B)$ elde edilir.

Bu öğrenci, numaralanmış adımların hangisinde hata yapmıştır?

- A) I B) II C) III D) IV E) V

22.

k pozitif bir gerçel sayı olmak üzere,

$$3x^2 + kx - 2 = 0$$

denkleminin bir kökü k olduğuna göre, diğer kökü kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ B) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{-2\sqrt{2}}{3}$
D) $\frac{-\sqrt{2}}{6}$ E) $\frac{-\sqrt{3}}{6}$

27.

z bir karmaşık sayı ve

$$z \cdot |\operatorname{Re}(z)| = -4 + 3i$$

olduğuna göre, $|z|$ kaçtır?

- A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{7}{2}$ C) $\frac{9}{2}$
D) $\frac{8}{3}$ E) $\frac{10}{3}$

33.

n pozitif tam sayıları için, R gerçel sayılar kümesinin

$$A_n = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{(-1)^n}{n} < x < \frac{2}{n} \right\}$$

alt kümeleri tanımlanıyor.

Buna göre,

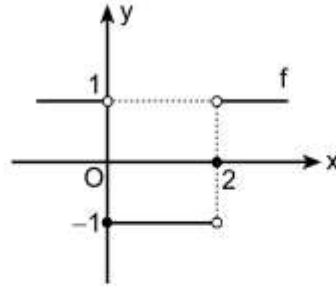
$$A_1 \cap A_2 \cap A_3$$

kesişim kümesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right)$ B) $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ C) $\left(\frac{-1}{3}, \frac{2}{3}\right)$
D) $\left(\frac{-1}{3}, 1\right)$ E) $\left(-1, \frac{2}{3}\right)$

36.

f : R → R fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



f fonksiyonu yardımıyla g fonksiyonu, her $x_0 \in \mathbb{R}$ için

$$g(x_0) = f(x_0) + \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $(g \circ f)(2)$ değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

46. **f, gerçel sayılar kümesi üzerinde türevlenebilir bir fonksiyon ve**

$$\int_0^3 f(x) dx = 2$$

$$\int_0^3 xf'(x) dx = 1$$

olduğuna göre, f(3) değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

49.

Dik koordinat düzleminde; $y = 3\sqrt{x}$ eğrisi, $x = 1$ ve $y = 0$ doğruları arasında kalan bölge, $y = mx$ doğrusu tarafından alanları eşit olan iki bölgeye ayrılıyor.

Buna göre, m kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{5}{4}$
D) 1 E) 2

Cevaplar

4	C	27	A
5	B	33	A
12	D	36	A
17	D	46	B
22	C	49	E

Çözümler

4.

$$\sqrt{\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}} = \sqrt{x} + 2$$

Her 2 tarafın karesini alalım

$$\left(\sqrt{\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}}\right)^2 = (\sqrt{x}+2)^2 \Rightarrow \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} = (\sqrt{x}+2)^2$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}-2} \times \sqrt{x}+2 &\Rightarrow (\sqrt{x}-2) \cdot (\sqrt{x}+2) = 1 \\ &\Rightarrow \sqrt{x} \cdot \sqrt{x} + 2\sqrt{x} - 2\sqrt{x} - 4 = 1 \\ &\Rightarrow x - 4 = 1 \\ &\Rightarrow x = 1 + 4 \\ &\Rightarrow \boxed{x = 5}\end{aligned}$$

5.

$$(\sqrt{ab})^2 = (4)^2 \text{ ve } (\sqrt{(a-1) \cdot (b+1)})^2 = (6)^2$$

$$\begin{aligned}\boxed{a \cdot b = 16} &\rightarrow (a-1) \cdot (b+1) = 36 \\ &\rightarrow \underline{ab} + a - b - 1 = 36 \\ &16 + a - b - 1 = 36 \\ &a - b + 15 = 36 \\ &a - b = 36 - 15 \\ &\boxed{a - b = 21}\end{aligned}$$

12.

$$\underbrace{(|a|-a)}_{\substack{+ \\ -}} \cdot \underbrace{(|b|+b)}_{\substack{+ \\ -}} > 0$$

$$\begin{aligned} |a-a| > 0 \text{ ve } |b|+b > 0 \\ |a| > a \text{ ve } |b| > -b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{YADA } |a-a| < 0 \text{ ve } |b|+b < 0 \\ \text{YADA } |a| < a \text{ ve } |b| < -b \\ \emptyset \end{aligned}$$

$$\boxed{a < 0 \text{ ve } b > 0}$$

I. $a+b < 0$ $a=-2$ ve $b=10$ alınırsa $a+b > 0$ olur. Sağlanmaz

II. $a-b < 0 \Rightarrow a < b$ olur. ($a=-$) ve ($b=+$) olduğundan her zaman a, b 'den küsüktür. Her zaman sağlanır.

III. $a \cdot b < 0 \Rightarrow a \cdot b = (-) \cdot (+) = - < 0$
 $(-)$ ile $(+)$ nin çarpımı her zaman sıfırdan küsüktür. Her zaman sağlanır.

II ve III her zaman sağlanır.

17.

$c=f(a)$ ve $c=f(b)$ ise a, b 'ye eşit olmak

zorunda değildir.

Örneğin $f(x)=x^2 \Rightarrow$

$$\begin{aligned} f(2) &= 2^2 = 4 & f(2) &= 4 \text{ ve } f(-2) = 4 \\ f(-2) &= (-2)^2 = 4 & 2 &\neq -2 \end{aligned}$$

22.

kök değeri için sağları: $x_1 = k$ olsun.
 $3k^2 + k \cdot k - 2 = 0 \Rightarrow 4k^2 - 2 = 0 \quad k^2 = \frac{2}{4} \quad k^2 = \frac{1}{2} \quad k = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$
 k , pozitif verildiğinden $k = \frac{1}{\sqrt{2}}$ alınır. $x_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}$ dir.
 $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = \frac{-2}{3} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot x_2 = \frac{-2}{3} \quad \boxed{x_2 = \frac{-2\sqrt{2}}{3}}$

27.

2. $|\operatorname{Re}(z)| = -4 + 3i^0$ ise $|z| = ?$

$z = a + ib$ olsun. $(a + ib) \cdot |a| = -4 + 3i^0$
 $a \cdot |a| + |a| \cdot b \cdot i^0 = -4 + 3i^0$

$a \cdot |a| = -4$ ve $|a| \cdot b = 3$ $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$
 $\Rightarrow \boxed{a = -2}$ \rightarrow $-2 \cdot |b| = 3$ $|z| = \sqrt{(-2)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2}$
 $2|b| = 3$
 $\boxed{|b| = \frac{3}{2}}$ $|z| = \sqrt{4 + \frac{9}{4}}$

$|z| = \sqrt{\frac{16 + 9}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}}$

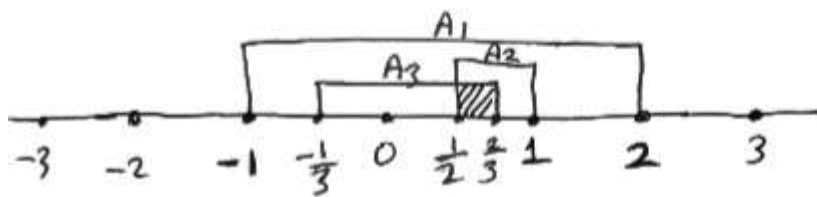
$\boxed{|z| = \frac{5}{2}}$

33.

$$A_1 = \frac{(-1)^1}{1} < x < \frac{2}{1} \Rightarrow A_1 = -1 < x < 2$$

$$A_2 = \frac{(-1)^2}{2} < x < \frac{2}{2} \Rightarrow A_2 = \frac{1}{2} < x < 1$$

$$A_3 = \frac{(-1)^3}{3} < x < \frac{2}{3} \Rightarrow A_3 = -\frac{1}{3} < x < \frac{2}{3}$$



$$A_1 \cap A_2 \cap A_3 = \left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right)$$

36.

$$(g \circ f)(a) = g[f(a)] = g(0) = ?$$

$$x_0 = 0 \text{ is in } g(0) = f(0) + \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$$

$$g(0) = (-1) + (-1)$$

$$\boxed{g(0) = -2}$$

46.

$$\int_0^3 f(x) dx = 2 \text{ ve } \int_0^3 x \cdot f'(x) dx = 1 \text{ ise } f(3) \text{ 'u bulalım.}$$

$\int x \cdot f'(x) dx$ de kısmi integrasyon metodunu kullanalım.

$x = u$ ve $f'(x) dx = du$ olsun.

$dx = du$ ve $\int f'(x) dx = \int du$

$\boxed{u \cdot u - \int u \cdot du}$ $f(x) = u$ $dx = du$ için $\int_0^3 x \cdot f'(x) dx = x \cdot f(x) - \int_0^3 f(x) dx$

$$1 = x \cdot f(x) - 2$$

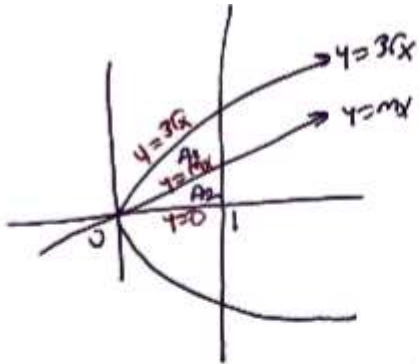
$$x \cdot f(x) = 1 + 2$$

$$\boxed{x \cdot f(x) = 3}$$

x yerine 3 yazalım.

$$3 \cdot f(3) = 3 \Rightarrow \boxed{f(3) = 1}$$

49.



$$A_1 = A_2$$

$$\int_0^1 (3\sqrt{x} - mx) dx = \int_0^1 (mx - 0) dx$$

$$\int_0^1 (3x^{\frac{1}{2}} - mx) dx = \int_0^1 mx dx$$

$$\left. \frac{3x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} - \frac{mx^{1+1}}{1+1} \right|_0^1 = \left. \frac{m \cdot x^{1+1}}{1+1} \right|_0^1$$

$$\left. 3 \cdot \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - \frac{mx^2}{2} \right|_0^1 = \left. \frac{mx^2}{2} \right|_0^1$$

$$\left. 2x^{\frac{3}{2}} - \frac{mx^2}{2} \right|_0^1 = \left. \frac{mx^2}{2} \right|_0^1$$

$$\left(2 \cdot 1^{\frac{3}{2}} - \frac{m \cdot 1^2}{2} \right) - (0) = \frac{m \cdot 1^2}{2} - 0$$

$$2 - \frac{m}{2} = \frac{m}{2} \Rightarrow 2 = \frac{m}{2} + \frac{m}{2} \Rightarrow \frac{2m}{2} = 2$$

$$\Rightarrow \boxed{m = 2}$$